

Entender la sostenibilidad financiera

Resumen

Este documento desarrolla un estilizado modelo de “ciclo económico real” en una economía abierta, con el propósito de analizar la evolución dinámica del déficit anual y el nivel de deuda en relación con el PIB, y la sostenibilidad de las finanzas públicas. Las decisiones óptimas de los individuos se toman en función de las variables reales y no hay desempleo ni otras fricciones. Sin embargo, el nivel de precios (fijado exógenamente) tiene influencia porque el valor de la deuda pre-existente (que es mantenida por no residentes) está dado en términos nominales, y porque quienes deciden la política fiscal toman sus decisiones en términos nominales, gravando la renta nominal, transfiriendo rentas nominales y gastando en bienes y servicios a precios corrientes. La política fiscal sigue una regla de estabilización para alcanzar una determinada ratio de deuda, y los mercados financieros reaccionan a los cambios en la ratio de deuda siguiendo una regla poco depurada. Esta configuración trata de reproducir el entorno de una economía en una unión monetaria en la que hay libre movimiento de bienes y capitales, los precios están dados y los tipos de interés se determinan por el tipo monetario establecido por el banco central común, más una prima de riesgo que depende de la valoración de la sostenibilidad de la deuda que hacen los participantes en los mercados financieros. La interacción de las autoridades fiscales, los consumidores y los participantes en los mercados financieros determina la trayectoria temporal de la economía, la sostenibilidad de las finanzas públicas y la probabilidad de quiebra de la deuda.

Escrito por José Marín Arcas
Revisado por Carlos Cuerpo Caballero y Miguel Ángel García Díaz
Traducción: Miguel Ángel García Díaz

La Autoridad Independiente de Responsabilidad Fiscal (AIReF) nace con la misión de velar por el estricto cumplimiento de los principios de estabilidad presupuestaria y sostenibilidad financiera recogidos en el artículo 135 de la Constitución Española.

Contacto AIReF: C/José Abascal, 2, 2º planta. 28003 Madrid. Tel. +34 917 017 990

Email: Info@airef.es. Web: www.airef.es

Este documento no refleja necesariamente la posición de la AIReF sobre las materias que contiene. La documentación puede ser utilizada y reproducida en parte o en su integridad citando necesariamente que proviene de la AIReF.

Esta documentación puede ser utilizada y reproducida en parte o en su integridad citando necesariamente que proviene de la AIReF.

Resumen ejecutivo

Este documento desarrolla un modelo clásico del tipo “ciclo económico real”, en el que los agentes económicos reaccionan ante variables reales en un contexto sin paro ni otro tipo de fricciones. Aunque los cambios nominales en las variables no afectarían al equilibrio de la economía cuando ésta estuviera totalmente indiciada, los choques exógenos de precios surten efectos reales porque alteran el valor de las variables nominales como la deuda en términos reales, induciendo reacciones ulteriores de los responsables de la política fiscal y de los mercados financieros. La representación formal de la economía en el modelo es muy simple. **Las personas viven un número incierto de años y tienen las mismas preferencias de consumo y ocio, pero diferentes dotaciones en capacidad de trabajo.** La capacidad de trabajo está distribuida de manera desigual entre ellas y cambia para cada persona cada año, sea por enfermedad, invalidez u otras razones. Aunque las personas desconocen su capacidad futura de trabajo o incluso si estarán vivas, no ahorran. En vez de hacerlo, disponen de un sistema de seguro colectivo, gestionado por el gobierno, que actúa como mecanismo de impuestos y transferencias que tiene efectos redistributivos (entre diferentes personas en cada período) y estabilizadores (entre situaciones de prosperidad y adversidad de cada persona en diferentes momentos del tiempo). Este mecanismo adopta la forma de un **impuesto lineal negativo sobre la renta**, que garantiza un ingreso mínimo a cada individuo en cada uno de los ejercicios económicos y grava los ingresos a un tipo impositivo constante. Además de este gasto de protección, el gobierno gasta en bienes y servicios que afectan a la producción de la economía. La sección 1 analiza la existencia de equilibrio en cada año y la posición estacionaria en un entorno determinista.

La dinámica de la economía y la sostenibilidad de las finanzas se tratan en la sección 2. La **sostenibilidad se entiende aquí como la capacidad de los responsables políticos de seguir ciertas reglas que preservan la estabilidad de la economía en torno a un equilibrio estacionario.** Hay muchas reglas posibles que fomentan la rectitud fiscal. Este trabajo opta por un tipo general y flexible, la regla (u,v) . La regla (u,v) ajusta el saldo fiscal primario teniendo en cuenta la distancia entre el nivel de deuda y el valor de equilibrio definido como objetivo y la diferencia entre el valor del saldo fiscal primario y el elegido como equilibrio. Esta sección trata en primer

lugar los **efectos dinámicos de las políticas fiscales activas y pasivas** (multiplicadores y estabilizadores automáticos, respectivamente) bajo esta regla fiscal en un contexto determinista, antes de considerar las reacciones sobre los tipos de interés de los mercados financieros ante cambios en la ratio de deuda pública. Por último, la Sección 2 trata sobre un marco estocástico en el que **la economía está sujeta a la influencia de choques aleatorios en la población, tecnología, y en las preferencias, así como a choques puramente nominales**. Este marco facilita un entorno “realista” de fluctuaciones cíclicas de la economía real, en el que la interacción de la economía real, de las políticas fiscales y de los mercados financieros genera las sendas dinámicas de todas las variables. La simulación de la evolución de la economía en un número suficientemente amplio de veces, permite estimar las **probabilidades de quiebra** de la deuda pública y el consiguiente colapso de la economía bajo diferentes supuestos iniciales.

Las reglas fiscales vigentes en la economía española son examinadas en la Sección 3. Estas reglas, como las recogidas en los Tratados de la Unión Europea, son en esencia reglas de equilibrio presupuestario, acompañadas de algunas cláusulas eximentes de su cumplimiento que pueden ser invocadas en circunstancias excepcionales. Aunque son muy complejas, una sucinta descripción y formalización en el contexto del modelo descrito es suficiente para comprender su principal orientación y su función de preservar la sostenibilidad de las finanzas públicas. La disciplina fiscal incorporada en las reglas españolas es más estricta que la aprobada en el marco de la Unión Europea. El periodo de transición hasta que se cumpla los objetivos de estabilidad presupuestaria (alcanzar superávit) y sostenibilidad financiera (ratio de deuda inferior al 60% del PIB) fue regulado de forma particularmente restrictiva en la Ley de Estabilidad Presupuestaria y Sostenibilidad Financiera de 2012. La disposición transitoria 1 de esta Ley fija el año 2020 como fecha límite de cumplimiento. Por añadidura, la Ley incorpora entre otras condiciones, que el gasto no financiero de todos los niveles de gobierno no crezca anualmente más que el PIB real hasta que la ratio de deuda se sitúe por debajo del 60% del PIB.

A pesar de las obligadas simplificaciones a la que obliga este estilizado modelo, el análisis presentado permite extraer valiosas conclusiones, tal y como se recogen en la sección final. En primer lugar, cualquier medida de política económica debería especificar sus implicaciones fiscales futuras a partir de una evaluación completa; una conclusión trivial que los políticos ignoran con frecuencia. En

segundo lugar, los cálculos aritméticos sobre las posibles sendas de las ratios de déficit y deuda en la economía española calculados bajo diferentes escenarios, junto con la revisión realizada por el Gobierno español incluida en el Programa de Estabilidad que sitúa cerca del 100% la deuda pública sobre el PIB todavía en 2017 hace **inevitable ampliar el actual plazo recogido en la ley española para cumplir con el objetivo de deuda del 60% del PIB**. Además, la necesaria extensión de esta fecha hace más difícil de aceptar también el límite al crecimiento del gasto público no financiero. Esta condición podría ser restringida a los períodos en los que no se alcance el **superávit global en las cuentas públicas, una disposición que aún mantendría la ratio de deuda dentro de una trayectoria de reducción razonablemente pronunciada**.

Contenido

1	Un modelo estilizado de “ciclo económico real”	6
1.1	<i>Descripción de la economía y decisiones individuales óptimas</i>	7
1.2	<i>Equilibrio en cada periodo</i>	10
1.3	<i>Equilibrio estacionario</i>	11
1.4	<i>Sistema dinámico de sostenibilidad de las finanzas públicas</i>	12
1.4.1	El concepto de sostenibilidad.....	12
1.4.2	La regla (u,v)	13
1.5	<i>Comparación estática de las políticas fiscales alrededor del estado estacionario</i>	14
1.5.1	Cambio en la ratio de ingresos	16
1.5.2	Cambios en las transferencias	17
1.5.3	Cambios del gasto público en bienes y servicios	18
1.5.4	Cambio en el objetivo de la ratio de deuda	19
2	Políticas fiscales pasivas y estabilizadores automáticos	21
2.1	<i>El impacto de choques exógenos</i>	21
2.1.1	Cambios de la fuerza de trabajo	22
2.1.2	Cambios en la productividad	22
2.1.3	Cambio en las preferencias consumo-ocio	23
2.1.4	Cambio del nivel de precios	24
2.1.5	Cambio temporal del tipo de interés	24
2.2	<i>Los efectos estabilizadores automáticos</i>	25
2.2.1	Las elasticidades del consumo, el ocio y la utilidad con respecto a choques exógenos nominales y reales.....	26
2.2.2	El tamaño de los estabilizadores automáticos estimado a través de semielasticidades	27
3	Reacciones de los mercados financieros ante cambios en el nivel de deuda y probabilidad de quiebra	30
4	Simulación de sendas alternativas de las ratios de déficit y deuda bajo las reglas de la Ley Orgánica de Estabilidad Presupuestaria y Sostenibilidad Financiera en España ..	33
4.1	<i>Las reglas de disciplina fiscal en la UE y en España</i>	34
4.2	<i>Calibración del modelo y punto de partida de las simulaciones</i>	36
4.3	<i>Sendas alternativas para las ratios de déficit y deuda</i>	37
4.3.1	Sería sensato extender el período transitorio más allá de 2020.....	38
4.3.2	Sería sensato cambiar la Disposición transitoria primera de la LOEPySF	38
4.3.3	Una restricción sensata sería mantener superávit presupuestario desde 2018	39
5	Conclusiones	39
6	Referencias	43
	ANEJO 1: NOTAS MATEMÁTICAS	44
	ANEJO 2. SEMIELASTICIDADES DE SHOCKS REALES	47
	ANEJO 3. PROBABILIDADES DE QUIEBRA ESTIMADAS CON LAS SIMULACIONES	48
	ANEJO 4. GRÁFICOS	49

1 Un modelo estilizado de “ciclo económico real”

Este documento desarrolla un estilizado modelo de “ciclo económico real” siguiendo el espíritu del trabajo seminal de Kydland y Prescott (1982) para analizar la dinámica de las ratios sobre PIB del saldo fiscal y el nivel de deuda y la sostenibilidad de las finanzas públicas.

Las personas viven un número de años desconocido para ellas. Pueden morir con una cierta probabilidad el próximo año, de igual manera que pueden caer enfermas o quedar incapacitadas parcial o totalmente para realizar su trabajo. El modelo supone por simplicidad que los consumidores no descuentan lo que les pueda suceder en el futuro y no son individualmente lo bastante solventes como para pedir prestado. En vez de ahorrar para proveer su futuro, hay una puesta en común de los riesgos a través de un esquema público de protección gestionado por el gobierno, que ofrece una renta mínima en cada periodo. En el modelo, los consumidores tienen preferencias idénticas, maximizando año a año su función de utilidad entre consumo y ocio y pagando impuestos sobre su renta de acuerdo a un tipo impositivo dado. El gobierno recauda impuestos, paga la renta mínima a cada persona, suministra servicios productivos a la economía, y presta o se endeuda en el exterior pagando el tipo de interés vigente para financiar sus desequilibrios presupuestarios.

La política fiscal afecta a los niveles de producción, consumo y ocio, y crea un incentivo a los agentes privados para presionar a favor de políticas laxas que incrementarían la utilidad que disfrutaran ahora, traspasando el coste al futuro. En una economía abierta, los agentes económicos verían con buenos ojos amplios déficits presupuestarios, siempre y cuando el desequilibrio sea financiado por los no residentes y la deuda pagada en el futuro por otras personas. La restricción presupuestaria intertemporal impuesta al gobierno implica que su política debe ser sostenible y debe ser así percibida por los participantes en mercados financieros (no residentes) para mantener la financiación de la deuda pública en circulación.

La sostenibilidad se mantiene cuando la ratio de deuda sobre el PIB es estable o se sitúa en una senda descendente. El modelo utilizado en este documento ilustra que la reducción de la ratio de deuda a un nivel razonablemente bajo es deseable no sólo

para salvaguardar la estabilidad económica, sino también por razones de eficiencia y equidad intergeneracional. Primero porque la carga de deuda se traslada al futuro reduciendo las posibilidades de consumo con mayores cargas tributarias. La convexidad de las pérdidas de bienestar asociadas a los efectos distorsionadores de la tributación implican que las ganancias de utilidad de hoy serán más que compensadas con las pérdidas en el futuro (ver Barro, 1979 sobre el argumento original sobre la eficiencia de la nivelación de impuestos). En segundo lugar porque el aumento del nivel de deuda para mejorar el consumo actual traslada el peso de la deuda a generaciones futuras quienes sin haber participado en la decisión, se beneficiarían menos de las políticas públicas y sufrirán un menor stock de capital (ver Diamond 1965 y Musgrave 1986)¹.

1.1 Descripción de la economía y decisiones individuales óptimas

En el modelo, todas las personas tienen preferencias idénticas y viven un número de años incierto. En cada periodo los individuos (n) tienen una determinada dotación o capacidad de trabajo (algunos por encima y otros por debajo de la media, que es igual a uno) y tienen que decidir cómo distribuyen su tiempo entre ocio y trabajo. El ocio agregado se denotara por l y el trabajo agregado por $(n-l)$. Maximizan en cada periodo una función de utilidad Cobb-Douglas²:

$$U(c, l) = c^\alpha \cdot l^{1-\alpha}, \text{ con } \alpha \in (0, 1) \quad (1)$$

Donde c es consumo del único bien que produce la economía. Las letras mayúsculas denotarán variables a precios corrientes del periodo t . Salvo excepción especificada, todas las variables estarán fechadas en el periodo temporal t y se omitirá el subíndice. La renta disponible es igual a la renta bruta (Y , la producción de la economía) después del pago de impuestos (T).

$$T = \tau \cdot Y \quad (2)$$

¹ Una aplicación de este criterio en el caso holandés en van Ewijk *et al.* 2006.

² En tanto que los individuos con preferencias homotéticas sólo difieran en su dotación inicial de capacidad para trabajar, sus decisiones descentralizadas producirán el mismo resultado agregado que la decisión de un agente “representativo”.

Donde τ es el tipo único de gravamen impositivo. Como los agentes tienen diferente dotación de capacidad o cualificación para el trabajo en cada periodo, el gobierno sigue una política redistributiva para garantizar una renta mínima. De esta manera, la imposición neta de transferencias viene determinada como un impuesto lineal progresivo sobre la renta (igual a $-I + \tau \cdot Y$), donde I es la renta mínima garantizada, que ejerce efectos distorsionadores sobre la elección consumo-ocio.

La tecnología disponible está representada por la función agregada de producción:

$$y = k \cdot (n - l) + \frac{G}{p} \quad (3)$$

Donde k es la productividad del factor trabajo, G es el gasto público agregado en bienes y servicios (consumo e inversión pública) y p es el precio del único bien producido por la economía. No se tiene en cuenta el factor capital. Esta representación de las posibilidades de producción se ha elegido por razones de simplicidad³. La función agregada de producción es la suma de las funciones individuales de producción con productividad idéntica y el uso de los servicios de manera igualitaria:

$$y_i = k \cdot (n_i - l_i) + \frac{G}{n \cdot p} \quad (4)$$

Los precios son exógenos con un crecimiento π :

$$p_{t+1} = (1 + \pi_t) \cdot p_t,$$

Asumimos que la población y la productividad del factor trabajo mantienen tasas de crecimiento constantes η y ξ , respectivamente, aunque pueden estar sujetas a choques aleatorios. El tipo de interés (r) excede a la tasa de crecimiento nominal (g) de la economía en una prima de riesgo:

³ El gasto público G en bienes y servicios es productivo en el sentido que representa el gasto en educación, sanidad, justicia, infraestructuras, etc. El gasto público no financiero se divide entre productivo (representado por G) y redistributivo (representado por I).

$$(1 + r) > (1 + g) = (1 + \eta) \cdot (1 + \xi) \cdot (1 + \pi) = (1 + \gamma) \cdot (1 + \pi)$$

Donde γ es la tasa de crecimiento real del producto. En cada periodo t , las personas disponen de una renta neta de impuestos ($Y-T$) junto con la renta con origen en las transferencias públicas (I ; I/n por persona), que utilizan para consumir ($C=p \cdot c$). La restricción presupuestaria agregada para los consumidores es:

$$C = p \cdot c = Y - T + I = (1 - \tau) \cdot [p \cdot k \cdot (n - l) + G] + I \quad (5)$$

Maximizando la función de utilidad sujeta a la restricción presupuestaria, la solución del problema de optimización es:

$$c^* = \alpha \cdot (1 - \tau) \cdot \left[k \cdot n + \frac{G}{p} + \frac{I}{p \cdot (1 - \tau)} \right] \quad (6)$$

$$l^* = (1 - \alpha) \cdot \left[n + \frac{G}{p \cdot k} + \frac{I}{p \cdot k \cdot (1 - \tau)} \right] \quad (7)$$

Reemplazando el valor del ocio de (7) en (3) la producción de equilibrio es:

$$y^* = \alpha \cdot \left(k \cdot n + \frac{G}{p} \right) - \frac{1 - \alpha}{1 - \tau} \cdot \frac{I}{p} \quad (8)$$

Hay que reseñar que, ceteris paribus, consumo y ocio son funciones crecientes de la renta mínima garantizada. El consumo es también una función decreciente del tipo impositivo. El producto es una función creciente de G y decreciente de τ y de I . La política fiscal tiene efectos reales. Bajadas de impuestos y/o incrementos en el gasto público durante el periodo t incrementan la utilidad de las personas que viven en ese periodo⁴.

⁴ Para los interesados en la comprobación, el anejo 1 recoge algunas notas matemáticas. Cada individuo ($i = 1, \dots, n$) consumo, ocio y producción están dados por las fórmulas (6) a (8) reemplazando n por n_i , G por G/n , and I por I/n . Hacer notar que la desigualdad absoluta en renta y ocio entre los individuos i y j no está afectada por las variables fiscales, pero la desigualdad en renta disponible y consumo es menor cuanto más alto es el tipo impositivo.

1.2 Equilibrio en cada periodo

La estructura de la economía queda determinada por variables exógenas y parámetros $\{n_0, k_0, \eta, \xi, \alpha, r, p_0, \pi, B_0\}$. Como se ha explicado anteriormente, los impuestos cobrados por el gobierno sirven para pagar transferencias e intereses de la deuda pública (B , que consiste en bonos a un año que rinden un interés r), así como gastos en bienes y servicios (G), todo ello sometido a la restricción presupuestaria:

$$B_t = B_{t-1} - T_t + I_t + G_t + r \cdot B_{t-1} \quad (9)$$

La política fiscal es un conjunto de reglas que determinan la evolución de las variables $\{I, G, \tau\}$ controladas por el gobierno con el objetivo de alcanzar una cierta ratio anunciada para el saldo primario o para la ratio de deuda. La evolución de las finanzas públicas está determinada por la reacción de las personas en la economía a la política fiscal (y también, según se verá después, por la de los participantes en los mercados financieros).

El equilibrio de la economía en cada periodo necesita que oferta y demanda de bienes se igualen para una especificación dada de las variables fiscales y unas decisiones óptimas de los individuos entre consumo y ocio:

$$Y_t = C_t + G_t + X_t - M_t \quad (10)$$

Donde X son exportaciones y M importaciones. Nótese que los consumidores no ahorran y el saldo con el exterior (EB) es igual al saldo presupuestario (D). La siguiente cadena de identidades contables muestra que en esta economía el saldo fiscal primario (S) es igual a las exportaciones netas, mientras que la balanza por cuenta de renta se corresponde con los intereses pagados por la deuda pública:

$$EB_t \equiv Y_t - C_t - G_t - r \cdot B_{t-1} \equiv X_t - M_t - r \cdot B_{t-1} \equiv \text{Exportaciones netas} + \text{balanza de rentas}$$

$$EB_t \equiv D_t \equiv T_t - G_t - I_t - r \cdot B_{t-1} \equiv S_t - r \cdot B_{t-1} \equiv \text{Saldo primario} - \text{Pago de intereses}$$

La existencia de equilibrio en cada período está garantizada al asumir la existencia de unos mercados perfectos de importación y exportación de bienes al precio corriente y de capital para prestar y endeudarse al tipo de interés vigente. Esta presunción es

necesaria para que las exportaciones netas equilibren la diferencia entre demanda y producción interiores y que los flujos de capital financien esa diferencia a través del saldo presupuestario.

1.3 Equilibrio estacionario

Hay que considerar primero el caso de una economía en crecimiento sin fluctuaciones o choques aleatorios. El equilibrio estacionario en esa economía se caracteriza por dos condiciones:

Equilibrio de oferta y demanda en cada periodo con una tasa constante de crecimiento nominal de la producción $\rightarrow g = (1 + \eta) \cdot (1 + \xi) \cdot (1 + \pi) - 1$

Finanzas públicas estacionarias, definidas por un tipo impositivo constante y unas ratios constantes de deuda (que es el objetivo de la política fiscal) y déficit, gasto público en bienes y servicios y transferencias.

Por la segunda condición, la deuda tiene que crecer en el estado estacionario a la tasa g , lo cual implica:

$$B_t = B_{t-1}(1 + g) \text{ y } B_t = B_{t-1} - D_t \rightarrow D_t = -g \cdot B_{t-1} \rightarrow$$

$$D_t = \tau_t \cdot Y_t - I_t - G_t - r \cdot B_{t-1} = -g \cdot B_{t-1} \rightarrow S_t = (r - g) \cdot B_{t-1}$$

De manera que $r > g$ y $B_{t-1} > 0$ implica que el saldo primario en equilibrio obliga a tener superávit comercial para financiar la carga de la deuda, que viene dada por $(r-g)B_{t-1}$. Hay que reseñar que durante algún tiempo puede suceder que $r < g$, lo que implica que no hay aumento en la carga de la deuda, debido a que la tasa de crecimiento de la producción es superior al coste de la deuda. Esta situación puede estimular el consumo corriente y la acumulación de deuda durante un tiempo, lo cual agravaría la carga a soportar por los futuros consumidores si el tipo de interés, como es de esperar, vuelve a elevarse por encima del crecimiento nominal de la economía.

Partiendo de la última expresión de equilibrio presupuestario en el estado estacionario, se puede expresar el valor de G como una función de las otras variables de la restricción presupuestaria:

$$G_t = \tau_t \cdot Y_t - I_t - (r - g) \cdot B_{t-1}$$

Conocidos los valores de B_{t-1} , τ e I , y del resto de los parámetros que definen la estructura de la economía, el valor de G que estabiliza la ratio inicial de deuda puede ser calculado incluyendo en la última ecuación de equilibrio el valor de la producción desde (8) en términos nominales:

$$G^* = \frac{1}{1 - \tau \cdot \alpha} \cdot \{[\tau \cdot \alpha \cdot p \cdot k \cdot n] - (r - g) \cdot B_{t-1}\} - \frac{I}{1 - \tau} \quad (11)$$

Se puede comprobar que: $\frac{\partial G}{\partial B_{t-1}} < 0$, (para $r > g$), $\frac{\partial G}{\partial I} < 0$. Advertir que el valor de G^* podría llegar a ser negativo cuando τ tiende a 0 y cuando τ tiende a 1, de manera que hay un tipo impositivo que maximiza la recaudación alcanzable para financiar el gasto público en un equilibrio estacionario.

Por último, reemplazando G^* de [11] en [8], la producción estacionaria de equilibrio es:

$$y^* = \frac{\alpha}{1 - \tau \alpha} \cdot \left[kn - \frac{(r - g)B_{t-1}}{p} \right] - \frac{I}{(1 - \tau)p} \quad (12)$$

Que toma un valor positivo para un tipo impositivo cero y negativo cuando éste se aproxima a 1. La hoja de cálculo *Equilibrium*, que acompaña este documento muestra, para un nivel dado de gasto público en bienes y servicios, o alternatively, para un nivel dado de transferencias, cómo cambia la elección de los consumidores en función del tipo impositivo cuando no existe deuda y el presupuesto está equilibrado.⁵

1.4 Sistema dinámico de sostenibilidad de las finanzas públicas

1.4.1 El concepto de sostenibilidad

Las finanzas públicas se consideran sostenibles cuando el equilibrio es estable bajo una regla de política fiscal dada, es decir, cuando la aplicación de una regla conduce a la economía desde una posición arbitraria de partida hacia una de equilibrio estacionario. La situación de equilibrio representada en la ecuación (12) es inestable. Dada un nivel inicial de deuda, cualquier pequeño cambio en una de las tres variables

⁵ Disponible para su descarga en nuestra página web; www.airef.es.

que definen la política fiscal en ese equilibrio $\{I, G, \tau\}$, manteniendo las otras dos constantes, harían no estacionarias las finanzas públicas, con la ratio de deuda aumentando o disminuyendo sin límite. De igual forma, un cambio en cualquiera de las variables que definen la estructura de la economía convertirían también las finanzas públicas en no estacionarias aunque se aplique la misma política. El análisis de la estabilidad de una situación de equilibrio estacionario requiere, por consiguiente, especificar una regla para ajustar las variables de política fiscal cuando no se esté en la posición de equilibrio.

La regla de disciplina fiscal más conocida es equilibrar el presupuesto cada año. Una regla de equilibrio presupuestario conlleva el descenso gradual de la ratio de deuda hacia cero, un objetivo que no es necesariamente óptimo⁶. Una regla diferente, más flexible, que pretende la convergencia y estabilización de la ratio de deuda en un valor predeterminado compatible con la actuación de los estabilizadores automáticos, la regla (u,v), fue analizada por Marín (2002). Esta regla puede replicar el efecto de una regla de equilibrio presupuestario estableciendo como objetivo una ratio de deuda igual a cero, pero puede también utilizarse para explorar las consecuencias de elegir un objetivo diferente, como estabilizar la ratio de deuda en el 60% o el 100%.

1.4.2 La regla (u,v)

La dinámica del nivel de deuda viene determinada por la ecuación:

$$B_{t+1} = (1 + r_t) \cdot B_t - S_t \quad (13)$$

Donde r es el tipo de interés nominal y S el saldo fiscal primario. La dinámica de la relación deuda sobre PIB ($b=B/Y$) se establece en la ecuación:

$$b_{t+1} = \frac{1+r_t}{1+g_t} \cdot b_t - s_{t+1} \quad (14)$$

⁶ La contribución seminal de Reinhart y Rogoff (2010) ha creado mucha controversia y ha estimulado las investigaciones sobre la existencia de una relación cóncava entre dimensión de la deuda pública y capacidad de crecimiento, con una intensa discusión sobre la existencia de un posible escalón de la ratio deuda pública sobre PIB a partir del cual se deteriora el crecimiento a largo plazo. Ver Herndon y al. (2014) para refutar los resultados de Reinhart y Rogoff.

Donde $s=S/Y$ es la ratio del saldo fiscal primario en relación con el PIB. Junto con esta restricción del flujo presupuestario, nosotros consideramos una regla general que ajusta el saldo fiscal primario teniendo en cuenta la distancia entre el nivel de la ratio de deuda actual (b_t) y su valor de equilibrio u objetivo de convergencia (b^*) y la diferencia entre el actual (s_t) y el valor de equilibrio del saldo primario $s^* = \frac{r_t - g_t}{1 + g_t} \cdot b^*$:

$$s_{t+1} - s_t = u \cdot (b_t - b^*) - v \cdot (s_t - s^*) \quad (15)$$

Las condiciones de estabilidad global del sistema son⁷ $v > \frac{r-g}{1+r}$; $u > v \cdot \frac{r-g}{1+g}$.

1.5 Comparación estática de las políticas fiscales alrededor del estado estacionario

Antes de considerar la introducción de un choque en la población, preferencias, tecnología, etc..., y antes de tener en cuenta las posibles reacciones de los mercados financieros, merece la pena explorar como operan las políticas fiscales en un mundo estático y determinista, alrededor de la posición de equilibrio estacionario cuando los precios y tipos de interés son constantes. Esta sección se concentra sobre los efectos fiscales activos. Los efectos activos, es decir, los multiplicadores fiscales, resultan de la aplicación de decisiones discrecionales a iniciativa de los gobiernos, mientras que los efectos pasivos (analizados en la siguiente sección), o sea, los estabilizadores automáticos, son la respuesta de los ingresos y gastos ante un cambio exógeno como un choque tecnológico o de preferencias, cuando se aplican la normativa existente. En ambos casos, para mantener sostenibles las finanzas públicas, los responsables de la política fiscal tienen que especificar como aplicarán la regla de disciplina fiscal después del cambio provocado por la nueva situación. Políticas fiscales discrecionales: los multiplicadores de corto y largo plazo

La política fiscal discrecional en este modelo consiste en la elección de tres de las cuatro variables disponibles por las autoridades fiscales: el tipo impositivo, los ratios sobre PIB de gasto público en transferencias y en bienes y servicios, y el objetivo para

⁷ Quienes estén interesados en el análisis formal de las condiciones de estabilidad del sistema dinámico de ecuaciones en diferencias definido por las ecuaciones (14) y (15) en el caso de tasas de interés y crecimiento constantes encontrarán en el Anejo 1 algunas notas matemáticas.

la ratio de deuda. A partir de la elección de tres variables, la cuarta se tiene que ajustar por residuo para satisfacer la restricción presupuestaria y mantener la sostenibilidad de las finanzas públicas. En la aplicación de la regla de sostenibilidad, es posible utilizar como instrumentos el nivel de impuestos y las dos ratios de gasto público. Las medidas discrecionales de política fiscal pueden afectar a largo plazo a las variables reales, pero no al crecimiento tendencial de la producción real, que viene determinado por la población y la evolución de la productividad. Cualquier cambio discrecional en la política fiscal requiere, para estar bien definido, la especificación de los objetivos de las variables fiscales de la nueva situación de equilibrio estacionario, así como de los instrumentos utilizados en el proceso de ajuste. Es posible entonces, al comparar las sendas recorridas por las variables relevantes, diferenciar entre el impacto a corto plazo de los multiplicadores fiscales cuando se introduce el cambio en la política, y su posición estacionaria una vez logrado el nuevo equilibrio, y medir los resultados que los individuos alcanzarían en función de su propia utilidad.

En el análisis presentado en esta sección y en la siguiente, el punto de partida de los parámetros de la economía y de las variables exógenas es la el siguiente:

$$\{n_0 = 1, k_0 = 1, \eta = 0.005, \xi = 0.015, \alpha = 0.8, r = 0.045, p_0 = 1, \pi = 0.02, B_0 = 0.83\}$$

Las variables fiscales son: $\{\tau=0,395; I/Y=20,95\%; G/Y=17,11\}$. Los parámetros para implementar la regla fiscal $(u,v)=(0.05;0.5)$. Todos estos valores se han elegido con vistas a replicar aproximadamente algunos rasgos estilizados de la economía española, como después se verá. Las conclusiones cualitativas del análisis son robustas a cambios en la especificación de estos valores. El resultado de los diferentes ejercicios puede ser comprobado utilizando la hoja de cálculo *Comparative Statics* que acompaña este documento.

Para limitar la diversidad de los posibles ejercicios de estática comparativa, α se mantiene constante en 0,8, así como las tasas de interés, inflación, crecimiento de la productividad y crecimiento de la población. Suponemos que los instrumentos de política son utilizados de uno en uno, tanto cuando se implementa una medida discrecional como cuando se trata de aplicar la regla, en vez de utilizar una combinación de ellos. Exploramos sucesivamente las consecuencias de cambios

discrecionales en una dirección, tanto temporales como permanentes, del tipo de interés, de las transferencias y del gasto público productivo, así como los cambios en el objetivo a largo plazo de la ratio de deuda, cuando las variables de ajuste que se utilizan son cada uno de los tres posibles instrumentos de política fiscal por separado. Aburridos como pueden ser estos ejercicios, constituyen las piezas elementales que permiten entender la senda dinámica de la economía cuando está sometida a choques.

1.5.1 Cambio en la ratio de ingresos

Comenzando con un nivel de ingresos públicos del 39,5%, que inicialmente también es utilizado como instrumento de control en la regla fiscal, y una ratio de deuda del 100%, que es el nivel que se pretende estabilizar, se simula un cambio del 1 por ciento en el tipo impositivo. Como era de esperar, los agentes reaccionan reduciendo su oferta de trabajo. La producción también es afectada negativamente en 10 puntos básicos (pb en lo sucesivo) generando un multiplicador a corto plazo del -0,1. La ratio del déficit y del nivel de deuda caen inicialmente, 1 y 0,8 puntos porcentuales (pp en lo sucesivo) respectivamente. Después del primer año, la ratio de ingresos comienza a caer gradualmente al tener que ajustarse el tipo impositivo para hacer que la ratio de deuda vuelva al 100%, y todos los cambios iniciales se deshacen en pocos años. Sin embargo, la ratio de deuda continúa cayendo hasta un mínimo de 98,3% del PIB en tres años porque el tipo impositivo sólo se reduce poco a poco, y su rebote posterior es muy lento, por lo que el pago de intereses también se mantiene por debajo del nivel de largo plazo durante un número de años.

¿Qué sucede si en lugar de revertir el cambio en la ratio de impuestos, el gasto público aumenta hasta llevar hasta el 100% la deuda pública? En ese caso, el tamaño del gasto gubernamental se expande y tiene efectos permanentes sobre la economía. Si la expansión se realiza a través de mayores transferencias, los individuos reaccionan trabajando y consumiendo menos, de manera que la producción y el consumo disminuyen a largo plazo y su utilidad también se reduce. Como la secuencia de cambio se inicia en la elevación de impuestos, para después incrementar transferencias, el crecimiento de la producción y las ratios de déficit y deuda convergen otra vez a los niveles iniciales desde valores iniciales inferiores. La ratio de impuestos permanece 1pp por debajo del punto donde comenzó, pero la ratio de

transferencias en relación con el PIB puede solo aumentar 0,9pp debido al nivel más bajo de producción estacionaria.

En el caso de que la carga adicional de impuestos fuera utilizada para elevar el gasto gubernamental en bienes y servicios, las consecuencias a largo plazo son diferentes respecto al caso anterior. Aunque las personas reaccionan nuevamente ajustando el consumo y la oferta de trabajo, el incremento del gasto público productivo eleva el crecimiento de la producción, de manera que el nivel de producción a largo plazo se eleva así como la ratio del gasto público. La utilidad individual final no es significativamente distinta del caso anterior cuando fueron incrementadas las transferencias. En este caso, el impulso transitorio sobre el crecimiento de la producción persiste durante seis periodos, y la ratio de deuda disminuye 3pp hasta el quinto año antes de volver a crecer lentamente hacia el nivel del equilibrio estacionario.

1.5.2 Cambios en las transferencias

Un cambio discrecional en las transferencias públicas equivalente a 1pp del PIB nominal tiene un efecto tan sólo temporal cuando la estabilización del nivel de deuda se realiza con ajustes en las propias transferencias en los ejercicios posteriores. El impacto inicial de un aumento de las transferencias es negativo sobre la oferta de trabajo y sobre el crecimiento de la producción con un efecto multiplicador de corto plazo, pero es positivo sobre el consumo y sobre la utilidad de las personas. El mayor consumo es financiado a través de mayor déficit público y una disminución del saldo positivo de la balanza comercial con el exterior. La ratio de deuda se incrementa (2pp en dos años) y sólo cuando se produce el ajuste a la baja de las transferencias, la tasa de crecimiento se sitúa de nuevo por encima de la tendencial y la ratio de deuda disminuye hacia el objetivo deseado a largo plazo. El nivel de utilidad cae suavemente durante el proceso de convergencia hacia la posición estacionaria, pero al final del proceso no hay diferencia con el valor del escenario base para cualquiera de las variables reales. El multiplicador de largo plazo es cero. Solo se ha producido un cambio entre el consumo futuro y presente, lo que eleva notablemente la utilidad en el periodo corriente a expensas de una caída marginal en el futuro durante muchos periodos.

Cuando el proceso de ajuste implica un aumento sostenido de la carga impositiva para reducir la ratio de deuda hasta el valor inicial, hay efectos más permanentes. Después del impacto en el primer periodo descrito en el párrafo anterior, el incremento en el nivel de impuestos es gradual y la ratio de deuda se eleva hasta el 102% después de tres periodos. La reversión del aumento de la utilidad conseguido en los primeros dos periodos es rápida, disminuyendo alrededor de 30pb en los periodos sucesivos, y continúa después más lentamente, hasta estabilizarse a largo plazo 17pb por debajo del escenario base. Así, el incremento de 1pp en la utilidad obtenida en el primer año implica una disminución permanente en la utilidad de 17pb cuando está financiada a través de más impuestos, debido al efecto negativo sobre el consumo y la producción en el nuevo equilibrio estacionario. El multiplicador de largo plazo es, por tanto, -0,5.

Las implicaciones de largo plazo de disminuir el gasto público en bienes y servicios para financiar un aumento de las transferencias son sustancialmente diferentes de las de financiar las mayores transferencias con impuestos. Aunque el impacto inicial es el mismo, la caída del gasto público productivo refuerza los efectos negativos sobre la producción, que a largo plazo desciende y la (con un multiplicador a largo plazo del -1,6) burbuja de la ratio de deuda, que alcanza casi el 104% del PIB tras seis periodos. Sin embargo, su impacto sobre la utilidad es el mismo que cuando se suben los impuestos: ocurre un desplazamiento del consumo y de la utilidad desde el futuro hacia el presente, sin que varíen los valores de ambas variables en el nuevo estado estacionario.

1.5.3 Cambios del gasto público en bienes y servicios

Un aumento de 1pp en la ratio del gasto público productivo sobre el PIB que se revierte lentamente en el futuro no tiene efectos de largo plazo. El impacto inicial eleva el consumo, el ocio y la utilidad (los tres en 0,6pp), junto con la producción (multiplicador de corto plazo igual a 0,8), y reduce la oferta de trabajo. La ratio de deuda incluso desciende suavemente por el efecto en el denominador, y el déficit público (y exterior) también desciende (66pb). El efecto inmediato de esta política expansiva es positivo en todos los aspectos. A partir de ahí, todos estos cambios se deshacen poco a poco, así como se fuerza a la deuda a bajar del umbral del 100%. Al final del proceso de ajuste, el escenario base queda restablecido por completo. El

multiplicador de largo plazo es cero. Han ocurrido desplazamientos inter-temporales, pero ningún cambio permanente, en el estado estacionario inicial.

Si la política expansiva del gasto público decidida en el primer período se financia con impuestos para estabilizar la ratio de deuda, el nuevo equilibrio estacionario entraña un aumento del tamaño del sector público, con cambios permanentes en la economía con respecto a la situación inicial. La suave elevación del tipo impositivo no afecta prácticamente a la tasa de crecimiento de la producción o al déficit y, por tanto, la ratio de deuda apenas se eleva 60pb en su máximo, mientras que la producción mayor conseguida en el primer período se mantiene 0,7pp por encima de la senda del escenario base en todos los periodos. El multiplicador de largo plazo es igual al del corto plazo. Sin embargo, la creciente presión fiscal afecta negativamente a la oferta de trabajo y al consumo, de manera que el aumento de utilidad inicial se invierte hasta caer permanentemente por debajo del escenario base 10pb en el equilibrio final.

Cuando el aumento del gasto productivo se compensa con un descenso de las transferencias, el proceso de ajuste es incluso más suave que en los casos anteriores. Tras los primeros períodos, las ratios de déficit y deuda, al igual que el consumo y la oferta de trabajo, no cambian, en tanto que el crecimiento se sitúa por encima de su tendencia anterior durante un tiempo, llevando a un nivel de producción que es un 1% mayor que el del escenario base, por lo que el multiplicador de largo plazo es mayor que el de corto plazo. El nivel de utilidad, en contraste, es el mismo en el nuevo equilibrio estacionario que en el escenario base, por lo que el resultado del proceso ha sido un desplazamiento de utilidad hacia el primer período, compensado con un descenso en todos los períodos posteriores hasta que se completa el ajuste y se consolida el nuevo estado estacionario.

1.5.4 Cambio en el objetivo de la ratio de deuda

El último ejercicio de estática comparativa de los equilibrios de estado estacionario trata de un cambio en el objetivo de la política fiscal en el largo plazo. Partiendo de una ratio de deuda del 100%, una relajación de 10pp del objetivo permite reducir impuestos o aumentar el gasto. Si la intención de dicha relajación es aliviar la carga impositiva, el plan se vuelve contra sí mismo. La reducción del tipo impositivo introducida en los primeros períodos de relajación (80bp) tiene que revertirse más

adelante. El impacto del cambio en el objetivo de largo plazo en el primer período es nulo, porque el ajuste sólo empieza en el segundo. Los efectos se despliegan paulatinamente a medida que se reduce el tipo impositivo, los déficit público y exterior se amplían y la ratio de deuda se desliza hacia arriba. El alivio de la carga fiscal induce un aumento de la oferta de trabajo, de la producción y del consumo, financiado por el resto del mundo, que aumenta la utilidad corriente. Pero tales variaciones no son duraderas. Tan pronto como el tipo impositivo ha de elevarse nuevamente para estabilizar la ratio de deuda en el nuevo objetivo, todos los cambios previos se invierten. A largo plazo, el tipo impositivo recupera su nivel inicial más los puntos básicos adicionales que se necesitan para financiar la ratio permanentemente más alta de deuda pública. Cuando la deuda alcanza el 110% del PIB, la carga de la deuda aumenta 45pb (dada la hipótesis de que el tipo de interés se mantiene constante en el 4,5%), el déficit público total es 40pb mayor y el tipo impositivo, al igual que el saldo presupuestario primario y el saldo comercial, que aumentan 4,5pb. Durante todo el proceso de transición hasta que se alcanza el nuevo equilibrio, se obtiene una ganancia de utilidad en todos los períodos, pero al final, cuando el nuevo nivel del tipo impositivo se fija, la mayor carga de la deuda conlleva una pérdida de utilidad pequeña, pero permanente, de 4,5pb.

Si se supone que la relajación de la política fiscal es para aumentar las transferencias o el gasto público en bienes y servicios, el resultado a largo plazo es similar a la estrategia de reducir el tipo impositivo. Al final, las transferencias o el gasto productivo tienen que contraerse otra vez al nivel del principio, pero la carga de la deuda ha aumentado. Ocurre el mismo desplazamiento hacia delante de la utilidad durante el proceso de ajuste, a costa de una pérdida menor, apenas perceptible, aunque permanente, de utilidad que sufrirán todas las generaciones futuras en el nuevo equilibrio estacionario.

2 Políticas fiscales pasivas y estabilizadores automáticos

Se consideran políticas fiscales pasivas en este modelo las reacciones del gobierno a choques o sucesos exógenos con la finalidad de preservar la sostenibilidad de las finanzas públicas aplicando una regla de estabilidad a través del ajuste de las variables fiscales. Los efectos redistributivos y estabilizadores dependen de la estructura y de los niveles de esas variables fiscales, en tanto que los cambios que se hacen en ellas para impedir que la economía y las finanzas públicas se alejen del equilibrio estacionario pueden distorsionar temporalmente estos efectos automáticos. Para analizar el funcionamiento de los estabilizadores automáticos, suponemos que las autoridades fiscales están satisfechas con la estructura inicial de las finanzas públicas, pero que la economía está sometida a choques aleatorios en las variables exógenas que producen un impacto en las finanzas públicas y requieren una reacción de las autoridades. Debe destacarse desde el principio que estos ajustes en los instrumentos fiscales, aunque marginales, siempre se orientan en una clara dirección procíclica, ya que la reacción requerida de las autoridades por la regla ante, por ejemplo, un choque negativo que deprime la producción de la economía, es subir los impuestos y/o cortar los gastos públicos, aunque sea de forma parsimoniosa. Las autoridades pueden elegir qué instrumento usar (el tipo impositivo o el gasto productivo o redistributivo), y examinaremos las consecuencias de utilizar cada uno por separado. Primero consideramos el impacto en la economía de choques en las variables exógenas, bajo la hipótesis de que las autoridades fiscales reaccionan a ellos ajustando sólo uno de los instrumentos cada vez para estabilizar la ratio de deuda.

2.1 El impacto de choques exógenos

Trataremos del impacto de choques en la población, la tecnología, las preferencias y los precios suponiendo alternativamente un aumento de 1pp en los niveles de la población, la productividad o los precios, y de un punto básico en el parámetro alfa que representa las preferencias. Todos estos cambios tienen efectos permanentes en los niveles de las variables exógenas; es decir, un aumento de un punto porcentual de la productividad en un período eleva el nivel de la productividad en un 1% para siempre. También consideraremos un cambio temporal del tipo de interés en un período, que

vuelve a su nivel anterior al período siguiente. Los cambios en la dirección opuesta tienen efectos simétricos.

2.1.1 Cambios de la fuerza de trabajo

El crecimiento de la población y de la fuerza de trabajo tiene efectos de escala positivos en la sostenibilidad de las finanzas públicas porque la carga de la deuda existente se reparte entre un mayor número de personas. El aumento de un 1% en la fuerza de trabajo eleva la oferta de trabajo (que es igual al empleo) y la producción y, suponiendo que las autoridades reaccionan ajustando los impuestos, la reducción posterior del tipo impositivo refuerza estos efectos iniciales sobre la oferta de trabajo. Las variables reales son permanentemente más elevadas que en el escenario base: la producción (1pp), el consumo (1,2pp), el ocio (0,6pp) y la utilidad (1pp). Las ratios de gasto público productivo y redistributivo caen 0,2pp cada una.

Si las autoridades reaccionan, en cambio, aumentando el gasto público en bienes y servicios, el efecto sobre la producción es algo mayor, pero menor sobre la oferta de trabajo y el consumo. También se observa un mayor aumento del ocio, de manera que la ganancia de utilidad es la misma que cuando se bajan los impuestos. La ratio G/Y aumenta 0,3pp, compensada por una caída similar de la ratio I/Y.

Finalmente, un aumento de las transferencias origina los mismos efectos sobre las personas que la expansión del gasto productivo, ya que ambos son sustitutos cercanos desde el punto de vista de la renta y de la utilidad de un consumidor medio o “representativo”. El consumo, el ocio y la utilidad son 1pp más elevados, aunque el producto aumenta sólo 0,8pp, ya que la ratio G/Y cae casi 0,2pp, mientras la ratio I/Y aumenta en cuantía similar.

2.1.2 Cambios en la productividad

Los cambios en la productividad tienen efectos similares a los de la fuerza de trabajo en todas las variables, salvo en la oferta de trabajo y en la utilidad⁸. Un aumento de la

⁸ La razón de esta diferencia es que los cambios en la población, como los cambios en las transferencias, implican un desplazamiento paralelo de la restricción presupuestaria del consumidor (como muestran las ecuaciones 6 y 7), mientras que los cambios de la

productividad de 1pp, seguido de una reducción de impuestos origina un aumento de la oferta de trabajo mucho más débil que un aumento equivalente de la población, así como un efecto negativo sobre el ocio, que se reduce debido a que la mayor productividad encarece permanecer ocioso ($\frac{\partial l^*}{\partial k} < 0$). Como consecuencia, el aumento de la utilidad es menor en el nuevo estado estacionario cuando es la población lo que aumenta. No hay tampoco diferencia significativa en el efecto sobre la economía a largo plazo entre expandir el gasto público productivo o redistributivo, cuyos resultados son iguales a los que se ha señalado en el párrafo anterior

2.1.3 Cambio en las preferencias consumo-ocio

Un aumento permanente en la preferencia por el consumo sobre el ocio, representado por una elevación del parámetro alfa desde 0,8 hasta 0,81, tiene efectos sustanciales. El impacto inicial estimula la oferta de trabajo y reduce el ocio, aumentando la producción 1,7pp, el consumo en 1,3pp y la utilidad en 1pp. La expansión de la producción ejerce un efecto como denominador de las ratios de gasto público (-0,3pp cada una), déficit (0,7pp) y de deuda (2,3pp, de los que 1,7 son el impacto aritmético del stock de deuda de 100% del PIB). cuando este impulso es seguido por una respuesta política de rebajar impuestos, el tipo impositivo puede reducirse en el nuevo estado estacionario como resultado del aumento del producto y la caída de las ratios de gasto. El alivio de la carga impositiva lleva a una leve reducción adicional del ocio y aumento del consumo y de la utilidad en el largo plazo, aunque la producción del estado estacionario no se expande más.

Si las autoridades gastan más en lugar de recaudar menos, la ganancia de utilidad en el largo plazo es similar, cualquiera que sea el tipo de gasto público que se aumente. En uno y otro caso, el ocio cae menos y el consumo también que cuando se rebajan los impuestos. Las diferencias principales se encuentran en los cambios de la producción, que aumenta 2,5pp cuando crece el gasto productivo frente a 1,5pp cuando crecen las transferencias, y en los cambios de peso relativo de las dos ratios de gasto público. Más gasto en bienes y servicios lleva a un aumento de su ratio de

productividad, como los cambios del tipo impositivo, implican un cambio de la pendiente de dicha restricción. La condición de optimalidad de primer orden en la elección del consumidor requiere: $\frac{c}{l} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot (1 - \tau) \cdot k$, que depende de τ y k , pero no de n .

0,5pp, equilibrado con un descenso de la misma magnitud de la ratio de transferencias, mientras que el aumento de la renta mínima garantizada eleva 0,3pp la ratio de transferencias y rebaja la ratio del gasto público productivo en igual cuantía.

2.1.4 Cambio del nivel de precios

Un aumento inesperado de 1pp en el nivel de precios erosiona el valor real de la deuda existente, así como del gasto público decidido con anterioridad en el presupuesto para el año y un aumento de la recaudación sobre la renta nominal, de manera que se reducen el déficit (0,3pp) y la deuda (1,3pp, de los cuales 1 debido al efecto denominador). Todo ello ejerce un impacto inicial contractivo en el consumo, el ocio y la utilidad, y un impacto positivo sobre la oferta de trabajo. A pesar de este mayor nivel de empleo, la producción declina 10bp a causa del menor gasto público productivo en términos reales y, por tanto, el PIB nominal sólo aumenta 0,9pp. Cuando se utiliza el tipo impositivo para preservar la estabilidad de la ratio de deuda, es posible reducirlo 0,4pp en el largo plazo (i.e., un 1% del peso del gasto público en el PIB), lo cual tiene efectos positivos sobre la oferta de trabajo y el consumo, y negativos sobre el ocio, dando lugar a una ganancia menor de utilidad, sin cambios en la producción. Todos estos son efectos considerables, no sorprendentes en vista del hecho de que el choque inflacionario produce un alivio de la deuda de 1% en términos reales, que no es diferente de un repudio parcial de esa magnitud o de un impuesto inflacionario pagado por los extranjeros, que son los tenedores de la deuda.

En contraste, si el aumento del nivel de precios se utiliza para expandir el gasto público, el “impuesto inflacionario” sobre los tenedores de deuda se desaprovecha al final, porque no tienen lugar cambios de largo plazo en ocio y consumo y, por tanto, no hay ganancia de utilidad, aunque la producción aumente (0,3pp) cuando es el gasto productivo lo que se expande, y se contraiga (0,2pp) en el caso de mayores transferencias. Los cambios en la estructura de las cuentas públicas dependen de cuál de los dos componentes se aumenta, como se ha comentado antes.

2.1.5 Cambio temporal del tipo de interés

Un aumento temporal (digamos de 1pp) del tipo de interés durante un período no tiene efectos duraderos. Cuando ocurre, las ratios de los pagos de intereses del gobierno, el

déficit y la deuda aumentan 1pp porque la ratio de deuda pública es del 100%. En períodos posteriores, el proceso de absorción del choque se desarrolla aumentando el tipo impositivo o cortando el gasto no financiero, lo cual reduce persistentemente el nivel de utilidad, a fin de reducir la ratio del déficit por debajo de su nivel inicial y rebajar la ratio de deuda de nuevo hasta el 100%.

2.2 Los efectos estabilizadores automáticos

Los efectos estabilizadores automáticos son efectos atenuantes que la estructura de ingresos y gastos produce sobre la demanda y la utilidad cuando ocurren choques exógenos. En la economía estilizada que estamos considerando, es posible identificar esos efectos calculando las elasticidades (parciales) con respecto a cada una de las variables exógenas (dotaciones de trabajo, productividad, etc.) en las ecuaciones que expresan las decisiones óptimas de consumo y ocio de las personas. El impacto de los choques resulta atenuado por los estabilizadores automáticos si tales elasticidades son menores que uno. En la práctica, sin embargo, los valores de las elasticidades parciales calculadas teóricamente pueden verse afectados por las reacciones de la política fiscal a dichos choques, porque como se ha visto, incluso las políticas fiscales “pasivas” requieren ajustes de los instrumentos de control de las finanzas públicas para estabilizar la ratio de deuda. Por añadidura, algunas variables no son directamente observables (como las elecciones del ocio o la dotación de trabajo) y los choques pueden ser simultáneos. Para tener en cuenta estas posibilidades, se estimarán a través de simulaciones las elasticidades del consumo, del ocio y de la utilidad de las personas con respecto a los choques puramente reales (a la fuerza de trabajo y a la productividad) y nominales (a los precios), cuando las autoridades fiscales utilizan sólo uno de los tres instrumentos cada vez.

Estas estimaciones de las diferentes elasticidades miden los “efectos” de los estabilizadores automáticos. En la sub-sección siguiente estimamos cómo afectan los cambios del crecimiento real a las ratios con respecto al PIB de las variables fiscales y del consumo privado, que es una forma indirecta de evaluar la magnitud de los estabilizadores automáticos basada solamente en datos observables. Haremos 100 simulaciones de 100 años cada una para estimar estas elasticidades. La estructura de la economía será la misma de antes y el tipo de interés se mantendrá constante en el

4,5%. En la aplicación de la regla de estabilidad, utilizaremos los parámetros $u=0,05$ y $v=0,5$, como hasta ahora. Las estimaciones de las semielasticidades pueden comprobarse en la hoja de cálculo Semielasticities, que acompaña este documento.

2.2.1 Las elasticidades del consumo, el ocio y la utilidad con respecto a choques exógenos nominales y reales

Las elasticidades estimadas del consumo, del ocio y de la utilidad con respecto a la dotación de trabajo son todas de aproximadamente 0,69, con unas desviaciones estándar de 0,05 para el consumo y la utilidad y de 0,02 para el ocio. Los valores de estas elasticidades son los mismos para los tres instrumentos de ajuste. Cuando los choques sobre la economía provienen de cambios de la productividad, la elasticidad del consumo no cambia, porque la capacidad de trabajo y la productividad afectan del mismo modo a la demanda de consumo, como muestra la ecuación [6], mientras que la elasticidad del ocio con respecto a cambios de la productividad es negativa (alrededor de -0,3, con desviación estándar de 0,02). La elasticidad de la utilidad, que es la media ponderada de las elasticidades del consumo con pesos alfa y uno menos alfa, respectivamente, es 0,49 con desviación estándar de 0,03. Merece la pena señalar que los cambios de estas elasticidades no son significativos cuando cambia el instrumento de estabilización utilizado.

Al analizar los choques de precios, se ha visto antes que su influencia opera a través del impacto en el gasto público en bienes y servicios y en transferencias y de la deuda medidos en términos reales y de los impuestos sobre la renta nominal. Las elasticidades estimadas del consumo, el ocio y la utilidad están en torno a 0,3 (con desviación estándar de 0,02), de manera que los choques de precios crean un “ruido” que reduce el consumo, el ocio y la utilidad de las personas. Este ruido se acentúa cuando las autoridades fiscales reaccionan mecánicamente ajustando el tipo impositivo en la dirección opuesta a la de las sorpresas de precios para estabilizar la ratio de deuda, como puede verse por la interacción multiplicativa de precios y tipo impositivo en las ecuaciones [6]-[8]. Los efectos distorsionadores de los choques de precios sobre la estabilidad en el corto plazo se verán más claros después, cuando se examinen las semielasticidades.

Finalmente, los valores estimados de las elasticidades son robustos ante choques simultáneos de las variables reales y nominales consideradas, aunque las desviaciones estándar doblan su valor aproximadamente.

2.2.2 El tamaño de los estabilizadores automáticos estimado a través de semielasticidades

Para estimar el tamaño de los estabilizadores automáticos incorporados en la estructura de las finanzas públicas con datos observables, introducimos una serie de choques y dejamos que opere la regla de estabilización de la ratio de deuda, utilizando los diferentes instrumentos por separado. Consideramos simulaciones de choques en tandas de 100 períodos cada vez y estimamos las semielasticidades (i.e., las elasticidades menos uno multiplicadas por la ratio de la variable con respecto al PIB)⁹ de los ingresos y gastos públicos y del saldo presupuestario a través de simples regresiones lineales de los cambios en esas ratios de las distintas variables ($\Delta(v/y)$) sobre la tasa de crecimiento real de la economía ($\frac{\Delta y}{y}$). Esta es una forma sencilla de presentar los efectos estabilizadores de las políticas fiscales, que tiene la ventaja adicional de preservar la aditividad de los componentes de la restricción presupuestaria, por lo que la semielasticidad del gasto público es igual a la suma de las semielasticidades de sus componentes, y la semielasticidad del saldo presupuestario es la diferencia de las semielasticidades de ingresos y gastos. También consignamos la semielasticidad del consumo privado, que es igual a la semielasticidad de la renta disponible, la cual es a su vez la diferencia de las semielasticidades de impuestos y transferencias.

Cuando se producen choques en la fuerza de trabajo o en la productividad, los resultados de las regresiones repetidas son robustos y muy semejantes entre sí al utilizar como instrumento de estabilización de la ratio de deuda el tipo impositivo o las

⁹ Considerar que si v es una variable cualquiera e y es el producto:

$$\frac{\Delta(v/y)}{\Delta y} = \frac{\Delta v}{y} - \frac{\Delta y}{y} \cdot \frac{v}{y} = \left[\frac{\Delta v}{v} - \frac{\Delta y}{y} \right] \cdot \frac{v}{y} = \left\{ \frac{\Delta v/\Delta y}{v/y} - 1 \right\} \cdot \frac{v}{y} \cdot \frac{\Delta y}{y},$$

donde la expresión entre llaves $\{ \}$ es la semielasticidad v/y es la ratio sobre el producto y $(\Delta y/y)$ es la tasa de crecimiento del producto.

transferencias. En cambio, la utilización del gasto productivo reduce de manera significativa la semielasticidad estimada de esta variable y, en consecuencia, también la semielasticidad del saldo presupuestario, como muestra el cuadro del Anejo 2, junto con los respectivos coeficientes de correlación (en la segunda fila).

Hay varias observaciones y conclusiones tentativas de este cuadro que merecen señalarse:

1. Las estimaciones presentadas en el cuadro del Anejo 2 dependen de la historia particular de choques ocurridos en cada simulación y pueden infraestimar el efecto potencial a corto plazo de los estabilizadores automáticos. La razón es que una reacción puramente mecánica con un instrumento predeterminado a cualquiera que sea el choque que afecta a la economía es probablemente una aproximación subóptima para suavizar las fluctuaciones cíclicas.
2. La información sobre la naturaleza de los choques y una reacción flexible con el instrumento más adecuado a cada caso deberían mejorar los efectos estabilizadores de las políticas fiscales en el corto plazo, sin poner en peligro por ello la sostenibilidad de las finanzas públicas a largo plazo. En ausencia de información puntual, el uso de una combinación de los instrumentos parece ser una mejor opción que emplear sólo uno de ellos.
3. Las semielasticidades estimadas no se ven afectadas por cambios en el objetivo establecido para la ratio de deuda¹⁰, ni en los parámetros (u,v) (entre ciertos límites que definen la estabilidad del sistema dinámico) que regulan la velocidad de ajuste, ni en el tamaño de los choques. Esta característica tiene importantes implicaciones de política porque muestra la compatibilidad del funcionamiento de los estabilizadores automáticos en el corto plazo con una política perseverante de consolidación fiscal, dirigida a reducir con decisión la ratio de deuda pública.
4. Los impuestos no tienen una semielasticidad significativamente distinta de cero, como reflejo del hecho de que un impuesto proporcional sobre la renta debería tener por definición una elasticidad igual a uno con respecto a la renta.

¹⁰ El único cambio cuando se repiten las simulaciones imponiendo $b^*=20$ en el largo plazo, en lugar de mantener la ratio de deuda inicial $b^*=100$, es que la semielasticidad de los pagos de intereses es ahora 0,03, es decir, la mitad del valor estimado anteriormente, debido al hecho de que la ratio de deuda ya no es estacionaria. Todas las otras semielasticidades no cambian.

5. Ambos tipos de gasto público no financiero tienen una semielasticidad muy en línea con el tamaño de su ratio con respecto al PIB, lo cual refleja el hecho de que, cuando se sigue una política de mantener estables estas ratios, su elasticidad con respecto al crecimiento del producto debería ser cero, y por tanto, su semielasticidad igual al valor de la ratio con signo negativo. La correlación con las fluctuaciones del crecimiento es significativa, excepto cuando el gasto productivo es el instrumento de estabilización.
6. Si el instrumento utilizado es el gasto público en bienes y servicios, su impacto distorsionador sobre la economía es más acusado que cuando se utilizan los impuestos, porque su efecto “multiplicador” sobre la demanda es mayor y el impacto sobre la oferta también es procíclico, como se vio antes. En consecuencia, los valores estimados de la semielasticidad y del coeficiente de correlación son muy bajos.
7. Utilizar la renta mínima garantizada como el instrumento de política no reduce el valor estimado de su semielasticidad tanto como en el caso del gasto productivo, pero el valor del coeficiente de correlación obtenido se reduce drásticamente. Ello se debe a que el ajuste “procíclico” de las transferencias, por ejemplo, cuando se reduce la renta mínima garantizada en respuesta a una caída del crecimiento, tiene efectos contractivos sólo por el lado de la demanda (reduciendo el consumo y la utilidad), pero efectos expansivos por el lado de la oferta (aumentando el empleo y la producción).
8. La semielasticidad de los pagos de intereses es estable, con un valor de 0,06 en todos los casos y con un alto coeficiente de correlación (por encima de 0,9), debido a que el tipo de interés es constante y la ratio de deuda estacionaria en torno a su nivel inicial del 100%.
9. La semielasticidad del saldo presupuestario es exactamente la combinación lineal de las semielasticidades de los ingresos y los gastos, por construcción, y el coeficiente de correlación no es tan elevado como el de estos componentes de la restricción presupuestaria.
10. El tamaño medio estimado de los estabilizadores automáticos en este modelo es razonable, pero sus efectos no son siempre sistemáticos, como revelan los valores reducidos de los coeficientes de correlación de aquellas variables que se utilizan como instrumentos.

11. La semielasticidad del consumo privado es siempre ligeramente superior a 0,2, que está en línea con su elasticidad a la renta (en torno a 0,7 con desviación estándar 0,03) multiplicada por su peso en la renta (80%). No obstante, el coeficiente de correlación es mucho más bajo cuando el instrumento de estabilización utilizado afecta a la renta disponible (el tipo impositivo o la renta mínima garantizada) que cuando es el gasto público en bienes y servicios. Por tanto, si el objetivo a corto plazo de los estabilizadores automáticos es suavizar las fluctuaciones del consumo, el gasto productivo debería ser el instrumento de elección primario para reaccionar a las fluctuaciones cíclicas a fin de mantener las finanzas públicas encarriladas a largo plazo.
12. Considerando, por último, el impacto de choque aleatorios e impredecibles de precios en el corto plazo, las estimaciones de las semielasticidades sugieren que el uso del tipo impositivo como instrumento es desestabilizador, en tanto que utilizar el gasto público en bienes y servicios no es estabilizador, y sólo el ajuste de la renta mínima garantizada parece tener poderosos efectos estabilizadores del consumo privado (elevado valor estimado de la semielasticidad), aunque muy poco fiables (bajo valor del coeficiente de correlación).

3 Reacciones de los mercados financieros ante cambios en el nivel de deuda y probabilidad de quiebra

Las reacciones de los mercados financieros ante las políticas fiscales dependen de su evaluación de la sostenibilidad de las finanzas públicas. Aunque tales reacciones son notoriamente impredecibles y varían en el tiempo, una formalización en una regla burda puede ayudar a entender las implicaciones de los cambiantes sentimientos del mercado para la sostenibilidad de las finanzas públicas. Supondremos que los tipos de interés responden a la evolución de la ratio de deuda aplicando una prima de riesgo a la diferencia entre el último valor observado de esa ratio y su media móvil de los últimos cinco períodos. Por otro lado, cuando la ratio de deuda es bajo o decrece sostenidamente, se supone que hay un suelo para el tipo de interés igual al tipo mínimo observado en los últimos veinte años.

Bajo estas hipótesis, es posible simular el modelo un cierto número de veces y estimar las probabilidades de quiebra asociadas a diferentes objetivos de deuda e instrumentos de actuación por los responsables de la política fiscal, cuando se somete a la economía a choques de población, tecnología, preferencias y precios, con una distribución uniforme en torno a los valores medios de los parámetros y tasa de inflación, cuya amplitud máxima es $\{\eta=0,02; \xi= 0,01; \alpha=0,01; \pi=0,02\}$. Los valores de los parámetros de control de la regla se mantienen en $u=0,05$ y $v=0,5$. Cada estimación se basa en 100 simulaciones de 100 períodos cada una. En cada simulación, se comprueba si la economía ha quebrado en un horizonte de 25 períodos. La probabilidad de quiebra (en puntos porcentuales) se estima por el número de simulaciones (entre 0 y 100) en que se ha producido una quiebra y la desviación estándar se calcula a partir de esta probabilidad¹¹. El foco de atención de las simulaciones está en la probabilidad de quiebra para objetivos alternativos de la ratio de deuda (entre 40% y 120%), cuando la reacción de los tipos de interés toma diferentes valores (entre 1 y 15 puntos básicos). El cuadro del Anejo 3 muestra los resultados de estos ejercicios. En cada casilla, el primer número indica la probabilidad de quiebra estimada y el segundo la desviación estándar de la muestra. Las estimaciones de las probabilidades de quiebra pueden comprobarse con la hoja de cálculo *Default Probabilities*, que acompaña este documento.

Pueden extraerse algunas conclusiones sobre las probabilidades de quiebra estimadas en estas simulaciones:

1. Un ritmo sostenido de consolidación fiscal determinado previamente un objetivo ambicioso es el mejor seguro contra la posibilidad de que una evolución adversa del entorno económico lleve a una crisis de deuda. Las probabilidades de quiebra son tanto más altas cuanto mayor sea la ratio de deuda corriente, cuanto más relajado sea el objetivo a alcanzar por esa ratio y cuanto más alejado el horizonte para alcanzarlo. Mantener una ratio de deuda alta durante un largo período, y todavía más si está aumentando sostenidamente, eleva la

¹¹ Sea p (en tantos por uno) la probabilidad estimada de quiebra. La desviación estándar viene entonces dada por $[p \cdot (1 - p)]^{0,5}$.

fragilidad de las finanzas públicas ante choques negativos a medida que pasa el tiempo. Unas probabilidades bajas de quiebra en un horizonte corto aumentan hasta aproximarse a uno cuando el período considerado se extiende de 25 a 50 y a 100 años.

2. Las probabilidades son más elevadas cuando el gasto productivo es la variable utilizada por las autoridades fiscales para responder a los choques. Como se ha argumentado antes, la razón es que el impacto “multiplicador” sobre la producción, el consumo y la oferta de trabajo es más fuerte que los efectos resultantes de cambiar el tipo impositivo o la renta mínima garantizada. En consecuencia, el ajuste “procíclico” necesario para aplicar la regla de estabilidad en respuesta a un choque negativo puede deprimir más la producción e impulsar al alza la ratio de deuda y los tipos de interés, desatando una crisis de deuda que lleva a la quiebra. Utilizar los impuestos y las transferencias es más efectivo debido a sus efectos positivos de oferta sobre la elección de los consumidores.
3. Las probabilidades de quiebra aumentan cuando la velocidad de reacción de los ajustes de la política fiscal a la evolución de la deuda (el tamaño del parámetro u en la regla) se hace más pequeña, porque una reacción lenta puede no ser suficiente cuando la economía se enfrenta a una sucesión de choques negativos que reducen el crecimiento y elevan la ratio de deuda, aumentando los tipos de interés, en un círculo negativo de realimentación con niveles de producción cada vez más bajos y ratios de deuda cada vez más altas. Sin embargo, para valores elevados y crecientes de la ratio de deuda (de 100% a 120% en el cuadro del Anejo 3), una mayor velocidad de reacción está asociada a probabilidades más alta de quiebra, cualquiera que sea el instrumento utilizado. La razón está, de nuevo, en las reacciones mecánicas de los tres tipos de agentes: una ajuste fuerte de la política fiscal a un choque desfavorable genera un impacto negativo sobre el producto y un aumento de la ratio de deuda, que lleva a mayores tipos de interés y puede desencadenar una crisis de deuda.
4. Las probabilidades de quiebra aumentan de manera no lineal con el tamaño de la reacción de los tipos de interés a la evolución de la ratio de deuda. Teniendo en cuenta que el sentimiento de los mercados puede ser volátil antes que

estable cuando una crisis empieza a fraguarse, la no-linealidad de las probabilidades de quiebra es, si acaso, más acentuada de lo que aparece en las estimaciones basadas en estas simulaciones, en las cuales los participantes en los mercados financieros reaccionan establemente y la velocidad de respuesta de los tipos de interés a una ratio de deuda creciente permanece constante hasta el mismo final de una crisis de deuda.

5. Como ya se ha mencionado al analizar los estabilizadores automáticos, la reacción mecánica de las autoridades fiscales que se supone en estos ejercicios infravalora su capacidad para estabilizar la economía cuando se enfrentan a una crisis de deuda en ciernes. Una reacción graduada, que tenga en cuenta la naturaleza de los choques que afligen a la economía y selecciones el instrumento más adecuado en cada situación demostrará ser más efectiva que una reacción automática.

4 Simulación de sendas alternativas de las ratios de déficit y deuda bajo las reglas de la Ley Orgánica de Estabilidad Presupuestaria y Sostenibilidad Financiera en España

Los ejemplos ofrecidos en la sección precedente apoyan fuertemente la idea de que la consolidación fiscal requiere objetivos ambiciosos para reducir persistente y consistentemente la ratio de deuda por razones de estabilidad cuando menos. Una relajación fiscal que aumenta la utilidad de los contribuyentes actuales no sólo desplaza hacia el futuro el coste de la carga de la deuda y es injusta para quienes no pueden votar ahora, sino también pone en peligro la estabilidad económica y se arriesga a desatar una crisis financiera en un plazo impredecible. Esta es una de las justificaciones para establecer al máximo nivel de compromiso legal reglas fiscales que preserven la disciplina fiscal y protejan a los contribuyentes futuros¹².

¹² Véase Wyplosz (2012) para un análisis detallado de la motivación de las reglas fiscales y las experiencias históricas.

4.1 Las reglas de disciplina fiscal en la UE y en España

Probablemente la regla de disciplina fiscal más sencilla es mantener el presupuesto en equilibrio o con un pequeño superávit. Sin embargo cuando la economía está expuesta a choques impredecibles, el equilibrio presupuestario permanente entorpece la plena actuación de los estabilizadores automáticos incorporados en la normativa vigente de ingresos y gastos públicos. Si se considera oportuno cambiar el contenido de las normas para alcanzar el equilibrio rápidamente a pesar de sufrir el impacto de una circunstancia adversa, por ejemplo mediante una elevación de los impuestos en un momento de recesión, se distorsionará gravemente el papel de estabilización atribuido a los impuestos progresivos sobre la renta. Ante esta situación, quizás la modificación más sencilla de la regla de equilibrio presupuestario para que sea compatible con la actuación de los estabilizadores automáticos consista en actuar con un cierto retraso temporal, permitiendo su funcionamiento de acuerdo a la normativa vigente, pero con un cambio posterior de las variables de control para que en el futuro el saldo presupuestario no se aleje en exceso del equilibrio y, de esta manera, garantizar la sostenibilidad de las finanzas públicas. El modelo de simulación descrito en este documento se puede utilizar para entender la evolución dinámica del nivel de deuda bajo esas regulaciones. Conviene destacar que las regulaciones actuales se basan bastante en los conceptos de output gap y de saldo fiscal estructural, mientras que en el modelo presentado en este documento no hay desempleo, el output gap es siempre nulo y el saldo estructural es igual al saldo fiscal ordinario. Sería fácil introducir estos conceptos en el modelo para hacerlo superficialmente más “realista”, pero ello sería a expensas de aumentar las dificultades de entender los problemas con que se enfrentan las autoridades fiscales para preservar la estabilidad económica.

El Pacto de Estabilidad y Crecimiento de la Unión Europea considera que existe un déficit excesivo cuando se supera el 3% del PIB ($d_t < -3\%$), y establece unas normas específicas para alcanzar primero ese valor de referencia, y proceder luego a su disminución progresiva. Además, cuando el nivel de deuda es superior al valor de referencia del 60% ($b_t > 60\%$) es obligado que la ratio de deuda disminuya como mínimo un 5% cada año de la diferencia entre el valor actual de la ratio y el valor de referencia. Cuando $d_t > -0,5\%$ y $b_t < 60\%$, se considera que las finanzas públicas están cerca del equilibrio o han alcanzado superávit, y la norma comunitaria no impone

restricciones sobre la política fiscal nacional. La normativa detallada es compleja¹³ pero para el propósito de este documento es suficiente comprender la idea general. La representación de la regla de la Unión Europea que obliga a ajustar la ratio de deuda cuando $b_t > 60\%$ es:

$$b_t - b_{t-1} = -0,05 \cdot (b_{t-1} - 60)$$

Se puede reemplazar b_t en esta expresión por su expresión en la restricción presupuestaria:

$$b_t = \frac{b_{t-1}}{1 + g_t} - d_t$$

para obtener el valor implícito del nivel de déficit objetivo para el año t (d_t^*):

$$d_t^* = (0,05 - 0,95 \cdot g_t) \cdot b_{t-1} - 0,05 \cdot 60 \cdot (1 + g_t)$$

Esta regla es obligatoria hasta conseguir el equilibrio presupuestario. Una vez que la posición financiera de las cuentas públicas se sitúe cerca del equilibrio o esté en superávit, el objetivo es mantenerla.

En España, las reglas fiscales contenidas en la Ley Orgánica de Estabilidad Presupuestaria y Sostenibilidad Financiera (LOEPySF, en adelante) son más exigentes¹⁴. El principio básico de estabilidad presupuestaria recogido en su artículo 11 exige que no haya déficit ($d_t \geq 0$). Además en el periodo transitorio hasta conseguir que el nivel de deuda sea inferior al valor de referencia del 60%, la norma incluye tres obligaciones en la Disposición transitoria primera:

- 1 El gasto público sin contar con el pago de intereses crecerá anualmente a un ritmo inferior al crecimiento de la producción real: $\frac{G_t + P_t}{G_{t-1} + P_{t-1}} < (1 + \eta) \cdot (1 + \xi)$.

¹³ Véase Frayne y Riso (2013) para una descripción actualizada y detallada de las regulaciones fiscales de la UE.

¹⁴ Véase Hernández de Cos y Pérez (2013) para una descripción y análisis de los principales aspectos de la ley.

- 2 Si España está sometida al Procedimiento de Déficit Excesivo, el déficit deberá disminuir de acuerdo a las recomendaciones de corrección emitidas por el Consejo de la Unión Europea y, como mínimo alcanzará 0,8% porcentuales respecto al del año precedente: $d_t > d_{t-1} + 0,8$.
- 3 Cuando la tasa de crecimiento real de la producción alcance el 2% o más, o en caso de creación anual de empleo al 2% o más, el nivel de deuda se recortará como mínimo en 2 puntos: $(1+\eta) \cdot (1+\xi) > 1,02 \rightarrow b_t - b_{t-1} < -2$.

4.2 Calibración del modelo y punto de partida de las simulaciones

Para simular la evolución dinámica de los niveles de déficit y deuda pública, la parametrización inicial se ha ajustado hasta reproducir variables similares de la economía española:

$$\{n_0 = 1; k_0 = 1; \eta = 0,5\%; \xi = 1,5\%; \alpha = 0,825; r = 4\%; \pi = 1,8\%; b_0 = 98,5\%\}$$

La función de reacción del gobierno se ha calibrado para seguir las disposiciones de la LOEPySF en cuanto a la reducción de la deuda y al ajuste del déficit. Se asumen las proyecciones del Programa de Estabilidad Revisado de España¹⁵ (PE) para los años 2014-2017. La tasa de crecimiento del PIB y los valores de equilibrio de las variables fiscales son las siguientes:

Cuadro 1: Proyecciones del Programa de Estabilidad 2014-2017

año	Gasto total	tipo de interés	Crecimiento PIB real	G/Y	I/Y	s	d	Deuda
2014	44,0	3,5	1,2	24,00	16,50	-2,00	-5,50	99,50
2015	43,0	3,6	1,8	23,10	16,30	-0,60	-4,20	101,70
2016	41,8	3,7	2,1	22,10	16,00	0,90	-2,80	101,50
2017	40,1	3,8	3,0	20,90	15,40	2,70	-1,10	98,50

Fuente: Actualización del Programa de Estabilidad. Reino de España. 2014-2017

¹⁵ La actualización 2014-2017 del Programa de Estabilidad está disponible en la página web del Ministerio de Economía y Competitividad:

http://www.mineco.gob.es/stfls/mineco/comun/pdf/Estabilidad_2014_2017.pdf

A partir de 2018, las reglas descritas anteriormente estarán operando plenamente. Los pasos para calibrar el modelo con los valores del Programa de Estabilidad son los siguientes:

- 1 El valor nominal del PIB real (y) en 2014 es igual al PIB nominal (Y) proyectado por el Programa de Estabilidad en billones de euros. Las tasas de crecimiento real e inflación (y por tanto, las sendas de y e Y) son las proyectadas por el Programa de Estabilidad hasta 2017 y para los años posteriores son constantes en el 2% y el 1,8% respectivamente.
- 2 La tasa de interés va creciendo gradualmente hasta el 4% anual en los años posteriores y permanece constante después. Los valores del déficit y la deuda en 2014-2017 están determinados por los niveles de sus ratios en el Programa de Estabilidad y las sendas de Y enunciadas en 1.
- 3 El nivel del tipo impositivo se toma como la ratio de ingresos corrientes sobre PIB del Programa de Estabilidad ($\tau=38,5\%$ en 2014, creciendo hasta 38,8% y 39% en 2015 y 2016, manteniendo el nivel en 2017).
- 4 Las ratios de gasto sobre PIB del Programa de Estabilidad junto con el valor nominal del PIB del paso 1, determina los valores de G y P .
- 5 La senda de n está fijada a partir de $n=1$ en 2014 y crece como el empleo en el periodo 2015-2017. A partir de ese momento, la tasa de crecimiento es contante en 0,5%. La evolución de la productividad (k) está fijada a partir de la tasa de crecimiento de la economía menos la del empleo, comenzando desde $k=1$ en 2014.
- 6 La senda no observable del ocio viene determinada al calibrar el parámetro α en la función de consumo, de manera que el ocio en la ecuación (7) satisfaga también su valor derivado de la función de producción: $l^* = n - \frac{y-G/p}{k}$.

4.3 Sendas alternativas para las ratios de déficit y deuda

Las proyecciones del PE en 2017 son un déficit del 1,1% del PIB y un nivel de deuda del 98,5% del PIB. De acuerdo con la Disposición transitoria 1 de la LOEPySF, el período permitido para reducir la deuda por debajo del 60% llega hasta 2020. Es extremadamente improbable por no decir inviable, cumplir con ese plazo. La LOEPySF contempla la posibilidad de revisar en 2015 y 2018 la senda de la ratio de deuda para

cumplir con el objetivo. En caso de ampliar el periodo transitorio para cumplir con el techo de deuda más allá de 2020, hay que considerar dos cuestiones relacionadas entre sí que el modelo puede ayudar a responder:

- ¿Cuál podría ser el plazo razonable?
- ¿Deberían cambiarse también las normas impuestas en el periodo transitorio?

4.3.1 Sería sensato extender el período transitorio más allá de 2020

El requisito más estricto de la Disposición transitoria primera es la limitación de crecimiento anual de los gastos no financieros por debajo de la tasa de crecimiento real del PIB. Con una ratio de gasto no financiero sobre el PIB superior al 40% y una inflación del 1,8%, el cumplimiento de esta restricción reduciría esa ratio 0,7 puntos cada año durante un prolongado periodo de tiempo. En caso de mantener el nivel de ingresos públicos contemplado por el PE en 2017 (39% del PIB), el nivel de deuda se situaría por debajo del 60% en 2025, con un descenso de más de 9 puntos porcentuales de la ratio de gasto público sobre PIB en el periodo 2014-2025, un superávit fiscal primario superior al 7% del PIB y un superávit total del 5% del PIB en ese año. Es muy dudoso que este escenario con saldos presupuestarios elevados y persistentes pueda realizarse (Ver los gráficos de la simulación 1 en el Anejo 4).

4.3.2 Sería sensato cambiar la Disposición transitoria primera de la LOEPySF

En caso de extender a 2025 el periodo transitorio para reducir el nivel de deuda por debajo del 60% del PIB, la nueva fecha de vencimiento depende del superávit máximo que se considere realizable y del número de años marcado para alcanzar ese superávit y posteriormente, mantener superávit cuantiosos. Por ejemplo, con un nivel de ingresos públicos del 39% del PIB se alcanzaría un superávit ligeramente inferior al 1% del PIB en 2019, siempre que se respete el límite de crecimiento del gasto no financiero de la Disposición transitoria primera de la LOEPySF. Mantener ese saldo fiscal positivo permitiría situar el nivel de deuda por debajo del 60% en 2028, incluso con un descenso gradual del nivel impositivo de 6 puntos porcentuales. Esta reducción sería consecuencia de una severa disminución del gasto no financiero de 12 puntos sobre el PIB, que parece bastante difícil de conseguir. Este ejemplo sugiere que sería razonable no sólo ampliar el periodo transitorio para reducir la ratio de deuda por

debajo del 60%, sino también modificar la restricción tan restrictiva sobre la tasa máxima de crecimiento del gasto público no financiero de la Disposición transitoria primera (Ver los gráficos de la simulación 2 en el Anejo 4).

4.3.3 Una restricción sensata sería mantener superávit presupuestario desde 2018

La restricción sobre el crecimiento del gasto no financiero podría circunscribirse a períodos en los no haya superávit en las cuentas del gobierno, una limitación que todavía mantendría la ratio de deuda sobre una senda de descenso razonablemente pendiente. Cargando el peso de todo el ajuste en el gasto no financiero después de 2017 hasta alcanzar un pequeño superávit de medio punto del PIB, mientras se mantiene constante el nivel de ingresos públicos del 39% alcanzado ese año, implica que el gasto no financiero necesitaría disminuir otros 1.3 pp sobre el PIB. Si el ajuste se concentra en 2018, lo que parece posible al ser más pequeño que el proyectado para 2017, las ratios de gasto podrían aumentar gradualmente en los siguientes años hasta alcanzar el nivel de 2017 en 2030, cuando la ratio de deuda sería de nuevo inferior al valor de referencia del 60% del PIB. Estas sendas parecen más factibles como escenario base. Para ilustrar la sensibilidad de la senda de reducción de deuda a la tasa de crecimiento real de la economía, el año en que la ratio de deuda sería inferior al 60% sería 2027, si la tasa de crecimiento del PIB es un punto porcentual superior a la del escenario base (2%), y 2034 si es un punto porcentual inferior (Ver los gráficos de la simulación 3 en el Anejo 4).

5 Conclusiones

Tradicionalmente, la aritmética elemental de los cálculos de sostenibilidad de las finanzas públicas se basa en supuestos de tasas constantes de crecimiento y de interés, en una ratio inicial de deuda y en proyecciones del saldo primario. Se supone que las autoridades fiscales controlan el saldo primario, mientras la economía real y los mercados financieros no reaccionan a las políticas fiscales.

El análisis de estos dos asuntos más complicados se ha realizado a través de simulaciones del modelo, que a pesar de ser extremadamente simple en su estructura y patentemente irreal en sus supuestos, produce patrones de ajuste realistas en las variables observables, permitiendo establecer la conexión lógica entre los hechos

estilizados que se asocian a regularidades estadísticas (por ejemplo las semielasticidades de las variables fiscales) y los supuestos subyacentes del modelo.

Este documento introduce en estos cálculos una racionalidad mínima en las decisiones de las personas como trabajadores, consumidores, contribuyentes y beneficiarios de transferencias, junto con una naturaleza distorsionadora de los sistemas de protección social a través de impuestos y transferencias, un componente productivo del gasto público y un comportamiento lineal y mecánico de los participantes en los mercados financieros. Estos elementos adicionales de estructura, que son ingenuos, proporcionan un entorno lo suficientemente rico como para ilustrar el tipo de restricciones bajo las cuales opera la política fiscal en la práctica cuando persigue sus objetivos. Este planteamiento permite entender mejor los problemas de la sostenibilidad financiera en una economía dinámica sometida a choques aleatorios.

Desde una perspectiva teórica, la primera y más importante conclusión práctica de entender la sostenibilidad financiera es trivial, pero ignorada a menudo por quienes deciden las políticas: para evaluar cualquier “medida” de política económica es necesario especificar cómo tratará la política fiscal sus consecuencias futuras. La sección 2 ha analizado en considerable detalle los resultados de las políticas fiscales activas. Merece la pena repetir que el impacto inmediato de muchos cambios se invierte en el largo plazo, teniendo como resultado desplazamientos temporales de la producción, el consumo o la utilidad entre personas en diferentes momentos del tiempo. Cuando los cambios no se invierten, siempre implican una ganancia (por ejemplo, tras relajar el objetivo para la ratio de deuda) o una pérdida temporal de utilidad, a costa de una pérdida permanente ulterior (una mayor carga de la deuda materializada en la necesidad de entregar un mayor superávit primario y de exportaciones netas de bienes) o una ganancia, respectivamente.

Una segunda conclusión del análisis de la sostenibilidad en el modelo es que los instrumentos utilizados por la política fiscal para estabilizar la ratio de deuda en presencia de choques exógenos tienen efectos diferentes, dependiendo de si afectan directamente a la producción (como el gasto en bienes y servicios) o a la renta disponible de las personas (impuestos y transferencias). Entender ese impacto diferencial es útil para evaluar después el funcionamiento de los estabilizadores

automáticos y la probabilidad de quiebra en un contexto dinámico. Es importante repetir aquí un par de hechos estilizados derivados de las simulaciones del modelo. Uno de ellos es que utilizar el gasto público en bienes y servicios puede ser más efectivo desde el punto de vista de suavizar las fluctuaciones cíclicas del consumo privado, pero también es más arriesgado desde el punto de vista de la sostenibilidad de las finanzas públicas, de manera que hay una cierta disyuntiva para que las autoridades elijan. Otro es que las semielasticidades no son sensibles a cambios en el objetivo para la ratio de deuda y en los parámetros (u,v) que regulan la velocidad del ajuste para alcanzar el objetivo, lo cual muestra que no existe una disyuntiva entre las políticas de estabilización en el corto y en el largo plazo.

Además del análisis abstracto del problema de la sostenibilidad, el modelo básico desarrollado en las primeras secciones de este documento puede utilizarse también para producir algunos cálculos aproximados sobre las sendas del déficit y de la deuda implícitas en las condiciones de la Ley Orgánica de Estabilidad Presupuestaria y Sostenibilidad Financiera (LOEPySF) vigente en España. Tales cálculos son de naturaleza puramente aritmética, en el sentido de que no dependen de la estructura del modelo, sino solamente de la restricción presupuestaria del gobierno, del punto de partida de las variables y de la aplicación de las normas de estabilidad presupuestaria en formas alternativas. Las conclusiones principales de estos ejercicios aritméticos son:

1. Dadas las proyecciones de deuda pública contenidas en la Actualización del Programa de Estabilidad (98,5% del PIB en 2017), el objetivo de la Ley Orgánica de Estabilidad Presupuestaria y Sostenibilidad Financiera es improbable que se alcance en 2020.
2. Las autoridades deberían aprovechar la posibilidad de redefinir en 2015 la senda prevista para alcanzar el objetivo del 60% para la ratio de deuda, ampliando el período transitorio más allá de 2020.
3. La aplicación de la Disposición transitoria primera de la Ley Orgánica de Estabilidad Presupuestaria y Sostenibilidad Financiera, que limita el crecimiento del gasto no financiero es muy restrictiva y podría ser reformulada sin poner en peligro la sostenibilidad de las finanzas públicas. Una posibilidad sería circunscribir su aplicación a los períodos en los que no haya superávit



global en las cuentas públicas, una disposición que todavía mantendría la ratio de deuda en una senda de descenso razonablemente pronunciada.

6 Referencias

Barro, Robert Joseph. 1979. On the Determination of the Public Debt. *Journal of Political Economy* 87: 940-971.

Diamond, Peter A. 1965. National debt in a neoclassical growth model. *The American Economic Review*, 55(5):1126–1150.

Van Ewijk, Casper, Nick Draper, Harry ter Rele y Ed Wesrerhout. 2006. “Ageing and the sustainability of Dutch public finances”. CPB Special Publication 61.

Frayne, Christine y Stéphanie Riso. 2013. Vade mecum on the Stability and Growth Pact. *European Economy. Occasional Papers*. 151.

Herndon, Thomas, Michael Ash y Robert Pollin. 2014. Does High Public Debt Consistently Stifle Economic Growth? A Critique of Reinhart and Rogoff. *Cambridge Journal of Economics* 38 (2): 257-279.

Hernández de Cos, Pablo y Javier J. Pérez. 2013. La nueva ley de estabilidad presupuestaria. *Boletín Económico*, abril 2013, Banco de España: 65-78.

Kydland, Finn E. y Edward C. Prescott. 1982. Time to Build and Aggregate Fluctuations. *Econometrica* 50 (November 1982): 1345-1370.

Marín, José. 2002. “Sustainability of Public Finances and Automatic Stabilisation under a Rule of Budgetary Discipline”. European Central Bank Working paper nº 192, November 2002.

Musgrave, Richard. 1986. *A Reappraisal of Financing Social Security*. In R. Musgrave (ed.), *Public Finance in a Demographic Society*, Vol. II., Wheatsheaf Books: 103-122.

Reinhart, Carmen M. y Kenneth S. Rogoff. 2010. Growth in a Time of Debt. *American Economic Review* 100 (2): 573–78.

Wyplosz, Charles. 2012. *Fiscal Rules: Theoretical Issues and Historical Experiences*. In *Fiscal Policy after the Financial Crisis, 2012*: 495-525, from the National Bureau of Economic Research.

ANEJO 1: NOTAS MATEMÁTICAS

1.- El problema de optimización del consumidor es:

$$\text{Max } U(c, l) = c^\alpha \cdot l^{1-\alpha},$$

$$\text{Sujeto a: } p \cdot c = (1 - \tau)[p \cdot k \cdot (n - l) + G] + I$$

$$1. \quad L = c^\alpha \cdot l^{1-\alpha} - \lambda \cdot \{p \cdot c - (1 - \tau)[p \cdot k \cdot (n - l) + G] - I\}$$

$$2. \quad \frac{\partial L}{\partial c} = \alpha \cdot \frac{U}{c} - \lambda \cdot p = 0$$

$$3. \quad \frac{\partial L}{\partial l} = (1 - \alpha) \cdot \frac{U}{l} - \lambda \cdot (1 - \tau) \cdot p \cdot k = 0$$

$$4. \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = -p \cdot c + (1 - \tau)[p \cdot k \cdot (n - l) + G] + I = 0$$

$$5. \quad \text{Desde 2 y 3: } \frac{\alpha}{1-\alpha} \cdot \frac{l}{c} = \frac{1}{(1-\tau)k} \rightarrow c = \frac{\alpha(1-\tau)}{1-\alpha} \cdot k \cdot l$$

$$6. \quad \text{Reemplazando 5 en 4: } p \cdot \frac{\alpha(1-\tau)k}{1-\alpha} \cdot l = (1 - \tau)pkn - (1 - \tau)pkl + (1 - \tau)G + I$$

$$l^* = (1 - \alpha) \cdot \left[n + \frac{G}{pk} + \frac{I}{pk(1 - \tau)} \right]$$

$$7. \quad \text{Reemplazando 6 en 5: } c^* = \alpha(1 - \tau) \left[kn + \frac{G}{p} + \frac{I}{p(1-\tau)} \right]$$

8. Reemplazando 6 en la función de producción:

$$y^* = k \left[n - (1 - \alpha) \left(n + \frac{G}{pk} + \frac{I}{pk(1 - \tau)} \right) \right] + \frac{G}{p} \rightarrow$$

$$y^* = \alpha \cdot \left(k \cdot n + \frac{G}{p} \right) - \frac{1-\alpha}{1-\tau} \cdot \frac{I}{p}$$

9. En la situación estacionaria $G_t = \tau_t \cdot Y_t - I_t - (r - g_N) \cdot B_{t-1}$ y reemplazando 8 en la

$$\text{ecuación siguiente: } G^* = \frac{1}{1 - \tau \cdot \alpha} \cdot \{ [\tau \cdot \alpha \cdot p \cdot k \cdot n] - (r - g) \cdot B_{t-1} \} - \frac{I}{1 - \tau}$$

Ver que $G^*(\tau = 0) < 0$ y $G^*(\tau = 1) < 0$, por consiguiente G^* alcanza un máximo en un tipo impositivo entre 0 y 1.

10. Reemplazando 9 en la 8:

$$y^* = \alpha kn + \alpha \left\{ \frac{\tau \alpha kn}{1 - \tau \alpha} - \frac{r - g}{1 - \tau \alpha} \cdot \frac{B_{t-1}}{p} \right\} - \frac{\alpha I}{p(1 - \tau)} - \frac{1 - \alpha}{1 - \tau} \cdot \frac{I}{p}$$

$$y^* = \frac{\alpha}{1 - \tau \alpha} \cdot \left[kn - \frac{(r - g)B_{t-1}}{p} \right] - \frac{I}{(1 - \tau)p}$$

La producción es positiva para un tipo impositivo cero y disminuye para valores superiores del tipo impositivo.

11. Reemplazando 7 y 6 en la función de utilidad:

$$U(c, l) = \left[\alpha(1 - \tau)k \left\{ n + \frac{G}{pk} + \frac{I}{pk(1 - \tau)} \right\} \right]^\alpha \cdot \left[(1 - \alpha) \left\{ n + \frac{G}{pk} + \frac{I}{pk(1 - \tau)} \right\} \right]^{1 - \alpha}$$

$$U(c, l) = \left[\frac{\alpha(1 - \tau)}{1 - \alpha} k \right]^\alpha \cdot (1 - \alpha) \left\{ n + \frac{G}{pk} + \frac{I}{pk(1 - \tau)} \right\}$$

2.- Análisis de estabilidad

Considerar el sistema bajo la forma $x_{t+1} = A \cdot x_t + \zeta$:

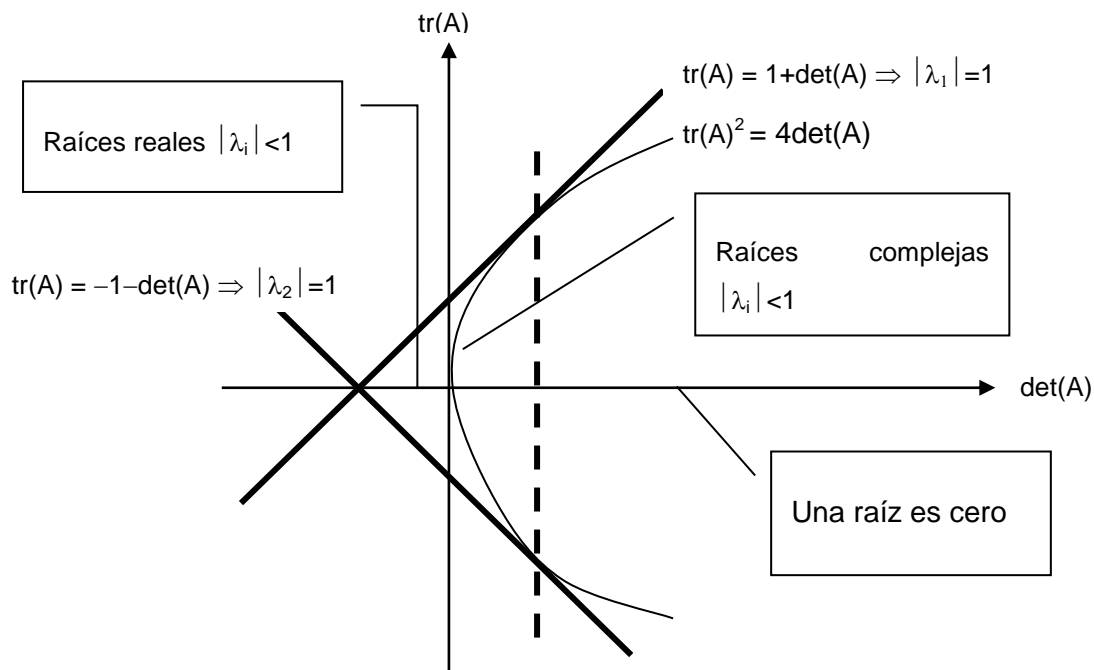
$$\begin{bmatrix} b_{t+1} \\ s_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1+r}{1+g} - u & -(1-v) \\ u & (1-v) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_t \\ s_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (u \cdot b^* - v \cdot s^*) \\ -(u \cdot b^* - v \cdot s^*) \end{bmatrix}$$

Las propiedades de equilibrio del sistema en equilibrio (b^*, s^*) y la dinámica de convergencia y divergencia de la deuda y el saldo fiscal primario en esta posición de equilibrio depende en su raíz de las características de la ecuación: $\lambda^2 - \text{tr}(A) \cdot \lambda + \det(A) = 0$, que son: $\lambda_{1,2} = 0.5 \cdot \{ \text{tr}(A) \pm [\text{tr}(A)^2 - 4 \cdot \det(A)]^{1/2} \}$

donde $\text{tr}(A) = [(1+r)/(1+g)] - u + (1-v)$ y $\det(A) = [(1+r)/(1+g)] \cdot (1-v)$.

Las condiciones de equilibrio globalmente estables que garantice la convergencia desde una posición inicial, requiere que las dos raíces de la ecuación sean menores que uno de los módulos. Es fácil para mostrar que: $\{ v > [(r - g)/(1+r)] \}$ y $\{ u > [(r - g)/(1+g)] \cdot v \} \Rightarrow |\lambda_i| < 1, i=1,2$.

- $\det(A) < 1 \Rightarrow v > [(r - g)/(1+r)]$
- $\text{tr}(A) < 1 + \det(A) \Rightarrow u > [(r - g)/(1+g)] \cdot v$



$$1. \{v > [(r-g)/(1+r)]\} \text{ y } \{u > [(r-g)/(1+g)] \cdot v\} \Rightarrow |\lambda_i| < 1, i=1,2$$

Prueba: Sea $\eta=(1+r)/(1+g)$, $v=[r-g+\varepsilon(1+g)]/(1+r)$ y $u=[(r-g)/(1+g)] \cdot v + \delta$, con ε y δ positivas y número real menor. Entonces:

$$\det(A)=\eta \cdot (1-v)=1-\varepsilon \text{ y } \operatorname{tr}(A)=1+\eta-(u+v)=1+\eta \cdot (1-v)-\delta=1+1-\varepsilon-\delta=2-(\varepsilon+\delta).$$

$$\lambda_{1,2}=0.5 \cdot \{2-(\varepsilon+\delta) \pm [2-(\varepsilon+\delta)]^2 - 4 \cdot (1-\varepsilon)]^{1/2}\} = 0.5 \cdot \{2-(\varepsilon+\delta) \pm [(\varepsilon+\delta)^2 - 4\delta]^{1/2}\}$$

$$2. u > [(1+r)/(1+g)] + (1-v) - 2 \cdot [\eta \cdot (1-v)]^{1/2} \Rightarrow \lambda_i \text{ son complejas}$$

Proof: Let $\eta=(1+r)/(1+g)$. Entonces:

$$u > \eta + (1-v) - 2 \cdot [\eta \cdot (1-v)]^{1/2} \Rightarrow$$

$$[\eta - u + (1-v)]^2 - 4 \cdot \eta \cdot (1-v) = \operatorname{tr}(A)^2 - 4 \cdot \det(A) < 0 \Rightarrow \lambda_i \text{ son complejas.}$$

$$3. u = [r/(1+g)] \cdot v \text{ y } v \geq [2(r+g)/(1+r+g)] \Rightarrow \operatorname{tr}(A) - 4 \cdot \det(A) > 0$$

Prueba: $u = (r \cdot v)/(1+g) \Rightarrow u+v=[(1+r+g)/(1+g)] \cdot v \Rightarrow$

$$\operatorname{tr}(A)^2 - 4 \cdot \det(A) = [1/(1+g)]^2 \cdot [(1+\Psi)^2 - 4 \cdot \Psi - 4 \cdot r \cdot g \cdot (1-v)] = [1/(1+g)]^2 \cdot [(1-\Psi)^2 - 4 \cdot r \cdot g \cdot (1-v)],$$

donde $\Psi=(1+r+g) \cdot (1-v)$. Entonces, asumiendo $v = [2(r+g)/(1+r+g)]$, $1-v=[1-(r+g)]/[1+(r+g)]$:

$$\operatorname{tr}(A)^2 - 4 \cdot \det(A) = [1/(1+g)]^2 \cdot \{(r+g)^2 - 4 \cdot r \cdot g \cdot [1-(r+g)]/[1+(r+g)]\} > 0$$

porque $r > g > 0$, $[1-(r+g)]/[1+(r+g)] < 1$ y

$$(r+g)^2 = r^2 + g^2 + 2 \cdot r \cdot g = (r-g)^2 + 4 \cdot r \cdot g > 4 \cdot r \cdot g > 4 \cdot r \cdot g \cdot [1-(r+g)]/[1+(r+g)]$$

ANEJO 2. SEMIELASTICIDADES DE SHOCKS REALES

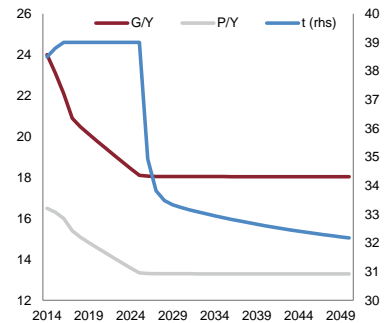
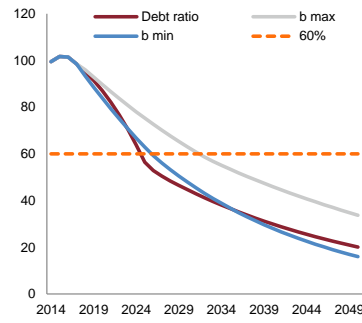
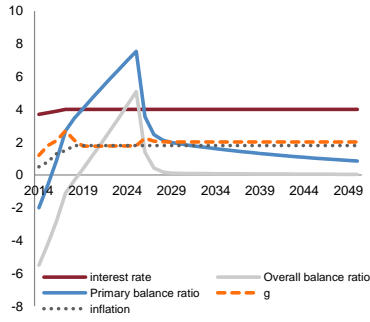
Semielasticidades;n;T					
T	G	I	rB	D	C
-0,01	-0,17	-0,21	-0,06	0,41	-0,20
0,01	0,99	0,99	0,93	0,66	0,30
Semielasticidades;n;G					
T	G	I	rB	D	C
0,00	-0,07	-0,21	-0,06	0,32	-0,21
#	0,07	0,99	0,90	0,51	0,99
Semielasticidades;n;l					
T	G	I	rB	D	C
0,00	-0,17	-0,23	-0,06	0,44	-0,23
#	0,99	0,41	0,95	0,73	0,41
Semielasticidades;k;T					
T	G	I	rB	D	C
-0,01	-0,17	-0,20	-0,06	0,41	-0,20
0,01	0,99	0,99	0,94	0,67	0,30
Semielasticidades;k;G					
T	G	I	rB	D	C
0,00	-0,07	-0,20	-0,06	0,32	-0,20
#	0,07	0,99	0,90	0,51	0,99
Semielasticidades;k;l					
T	G	I	rB	D	C
0,00	-0,17	-0,23	-0,06	0,44	-0,23
#	0,99	0,40	0,95	0,73	0,40

ANEJO 3. PROBABILIDADES DE QUIEBRA ESTIMADAS CON LAS SIMULACIONES

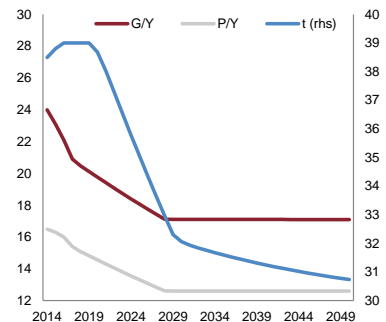
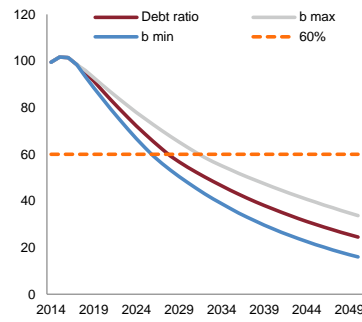
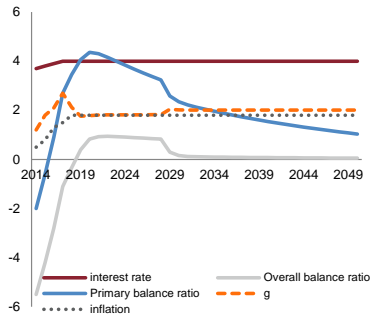
(u,v)= (0,05;0,5); 25 años, τ					
b(0)=98,5	Reacción de tipos de interés				
b*	0,01	0,03	0,05	0,10	0,15
40	0;0	0;0	0;0	0;0	0;0
60	0;0	0;0	0;0	0;0	0;0
80	0;0	0;0	0;0	1;1,0	3;1,7
100	0;0	0;0	0;0	27;4,4	58;4,9
120	0;0	4;1,9	22;4,1	57;4,9	99;1,0
(u,v)= (0,05;0,5); 25 años, G					
b(0)=98,5	Reacción de tipos de interés				
b*	0,01	0,03	0,05	0,10	0,15
40	0;0	0;0	0;0	0;0	0
60	0;0	0;0	0;0	0;0	3;1,7
80	0;0	0;0	0;0	7;2,6	20;4,0
100	0;0	0;0	5;2,2	43;4,9	64;4,8
120	0;0	7;2,6	53;5,0	89;3,1	99;1,0
(u,v)= (0,05;0,5); 25 años, I					
b(0)=98,5	Reacción de tipos de interés				
b*	0,01	0,03	0,05	0,10	0,15
40	0;0	0;0	0;0	0;0	0;0
60	0;0	0;0	0;0	0;0	0;0
80	0;0	0;0	0;0	0;0	0;0
100	0;0	0;0	0;0	13;3,4	42;4,9
120	0;0	0;0	12;3,25	92;2,7	100;0
(u,v)= (0,02;0,5); 25 años, τ					
b(0)=98,5	Reacción de tipos de interés				
b*	0,01	0,03	0,05	0,10	0,15
40	0;0	0;0	0;0	0;0	5;2,2
60	0;0	0;0	0;0	6;2,4	12;3,3
80	0;0	0;0	0;0	15;3,6	27;4,4
100	0;0	0;0	2;1,4	36;4,8	51;5,0
120	0;0	2;1,4	30;4,6	62;4,9	82;3,8
(u,v)= (0,02;0,5); 25 años, G					
b(0)=98,5	Reacción de tipos de interés				
b*	0,01	0,03	0,05	0,10	0,15
40	0;0	0;0	1;1,0	11;3,1	15;3,6
60	0;0	0;0	3;1,7	16;3,7	18;3,8
80	0;0	1;1,0	3;1,7	23;4,2	32;4,7
100	0;0	6;2,4	19;3,9	43;5,0	51;5,0
120	1;1,0	10;3,0	39;4,9	72;4,5	74;4,40
(u,v)= (0,02;0,5); 25 años, I					
b(0)=98,5	Reacción de tipos de interés				
b*	0,01	0,03	0,05	0,10	0,15
40	0;0	0;0	0;0	0;0	0;0
60	0;0	0;0	0;0	0;0	2;1,4
80	0;0	0;0	0;0	6;2,4	16;3,7
100	0;0	0;0	3;1,7	30;4,6	55;5,0
120	0;0	2;1,4	23;4,2	70;4,58	81;3,92

ANEJO 4. GRÁFICOS

Simulación 1



Simulación 2



Simulación 3

